

## OS JOGOS COMO FERRAMENTAS FACILITADORAS NO ENSINO DE FUNÇÕES EM UMA ESCOLA PÚBLICA DE MANAUS

Adalberto da Silva Cavalcante

### RESUMO

O ensino e aprendizagem da Matemática tem se revelado um grande desafio em especial no que se refere ao conteúdo de funções no Ensino Médio, cujo entendimento é de grande relevância, pois facilita o aprendizado de outras disciplinas e a aplicação em situações do cotidiano. O presente trabalho, tem por objetivo mostrar a importância da utilização de jogos na disciplina de Matemática, como facilitadores de compreensão e melhor assimilação dos conceitos necessários para a devida aprendizagem do conteúdo de funções, bem como estimuladores do trabalho em equipe e do cumprimento de regras. Com o objetivo de minimizar as dificuldades de aprendizagem em uma turma do 1º ano do Ensino Médio, com distorção de série/idade e proveniente de um projeto chamado “Avançar”, na Escola Estadual Alice Salerno Gomes de Lima, situada no município de Manaus, Estado do Amazonas, buscamos uma estratégia motivadora para o ensino de funções tendo por base as teorias de David Tall e Shlomo Vinner (1981) que em seus estudos utilizaram a ideia da máquina de função para introduzir o conceito de função e desta forma criar uma imagem conceitual. Adaptamos e aplicamos nove jogos, a saber: Jogo de Damas Adaptado, Figuras Máquina de Função, Encontre a Saída Máquina de Função, Determine a Função Máquina de Função, Batalha Naval com Coordenadas Cartesianas, Trilha Conceito de Função, Stop Funcional, Amazonas dá Sorte Funções e Caminho Sinuoso. Esses jogos têm por objetivo criar uma imagem conceitual consistente na estrutura cognitiva que está associada ao conceito incluindo todas as imagens mentais e propriedades a elas associadas bem como os processos envolvidos. Os jogos são um instrumento didático consistente, pois segundo os teóricos Borin, Grandó, Nogueira e Lara entre outros, o trabalho pedagógico com jogos envolve o raciocínio dedutivo para a jogada, para a argumentação e troca de informações, além de permitir a comprovação da eficiência de estratégias pensadas. Para esta pesquisa, utilizamos as categorias de jogos propostas por Lara (2003): Jogos de construção, Jogos de treinamento, Jogos de aprofundamento e Jogos estratégicos. Antes da apresentação dos jogos, foi aplicado um teste sobre o conteúdo de funções. Os jogos foram apresentados para os alunos em dez encontros semanais. No final de cada encontro, foram feitas observações sobre o desempenho dos alunos. Tais observações nos permitiram perceber que mesmo os estudantes apresentando algumas dificuldades relacionadas às operações matemáticas com números inteiros e racionais, o resultado obtido foi muito satisfatório. A análise do pré-teste e do pós-teste evidenciou que os alunos passaram a ter uma imagem conceitual mais consistente sobre funções, progresso na análise de gráficos, identificação dos elementos importantes da função e interpretação satisfatória de problemas do cotidiano que envolviam conceito de função. Esperamos com este trabalho ter contribuído para a melhoria do ensino e aprendizagem da Matemática na sala de aula.

**Palavras-chave:** Aprendizagem; Conceito; Ensino; Funções; Jogos; Matemática.

## 1 INTRODUÇÃO

A Matemática consiste numa ciência que participa de nossa vida em todas as fases do desenvolvimento. Tudo que fazemos, ou planejamos durante a vida, envolve aspectos inerentes a esta disciplina, dentre eles podemos considerar números, finanças, figuras geométricas, distancias, medidas, entre outros fatores que norteiam essa disciplina.

Sendo assim, podemos considerar a Matemática como uma disciplina de grande relevância na formação e para a inserção dos alunos no mercado de trabalho. Porém, verificamos que no Ensino Médio crescem a cada ano os índices de evasão e reprovação nessa disciplina, e a maioria dos alunos que permanecem estudando, mostram desinteresse em aprender Matemática. Além disso, como professor da rede pública de ensino há mais de vinte anos, tenho observado que os alunos chegam ao Ensino Médio, sem ter o domínio sobre os pré-requisitos mínimos necessários para a compreensão da Matemática no Ensino Médio, como domínio sobre as quatro operações numéricas ou as aptidões necessárias para resolução de problemas. Porém, o principal fato observado é a falta de habilidades dos estudantes quanto à escrita, leitura e interpretação de textos, que são ferramentas fundamentais para todas as disciplinas, e no caso de Matemática, em especial para o conteúdo de funções. O conceito de função, oferece um conjunto de recursos que facilitará a aprendizagem de outros conteúdos matemáticos.

Na Escola Estadual Prof.<sup>a</sup>. Alice Salerno Gomes de Lima<sup>1</sup>, na qual eu trabalho no turno vespertino, como professor de Matemática, a grande maioria dos alunos cursa o Ensino Médio, como um acesso para o mercado de trabalho ou ingresso em uma universidade. Um dos prováveis motivos para as dificuldades detectadas, pode ser a forma inadequada de ensino, no Ensino Fundamental, pois os alunos são oriundos de outra escola que se utiliza do processo de avanço nos estudos para corrigir a distorção idade/série. Então, o que fazer? E como mudar esse quadro? Com o objetivo de mudar esta situação, buscamos uma estratégia motivadora de ensino para estudo da Matemática. E com essa finalidade, apresentamos aos alunos uma série de jogos que contêm atividades e situações-problema envolvendo o ensino de funções. A execução desta pesquisa propôs-se a investigar a utilização de jogos como estratégia didática e suas consequências na aprendizagem dos alunos do 1º ano do Ensino Médio, concernente aos principais elementos das funções polinomiais de 1º e de 2º graus. Os jogos foram aplicados em

---

<sup>1</sup> Escola pertencente à rede pública do Estado do Amazonas. Oferece o Ensino Médio para 860 alunos. Situada na rua 7, nº 12, Conj. Castelo Branco, Bairro: Parque 10, em Manaus-Amazonas.

uma turma de 36 alunos, do 1º ano do Ensino Médio, da Escola Estadual Prof.<sup>a</sup> Alice Salerno Gomes de Lima, no município de Manaus, Estado do Amazonas e os resultados indicaram que a utilização desses jogos como estratégia de ensino serviu de estímulo para os alunos e para o avanço das atividades em sala de aula, contribuindo assim para uma melhor compreensão e fixação do conteúdo de funções.

Serão apresentados jogos que abordam o conceito de função, função polinomial do primeiro grau e função polinomial do segundo grau. A elaboração desses jogos tem por motivação nossa inquietação como educador, o desejo de atuar de forma criativa e participativa na sala de aula, em relação a esses conteúdos e a discordância da prática pedagógica que vem sendo utilizada, na qual o professor aparece como figura central mantendo o aluno numa postura passiva, apenas reproduzindo o que lhe foi ensinado. O propósito é criar um ambiente proveitoso e de motivação em sala de aula, fazendo com que o aluno tenha participação no processo de construção do conceito de função e na exploração de suas propriedades. Para elaboração dos jogos, inicialmente foram feitas ponderações sobre os questionamentos explicitados por Flemming e Collaço de Mello (2003) para o professor que quer utilizar jogos em suas aulas: “(1) Qual é o objetivo que pretendo atingir? Conheço um jogo adequado? 2) Vou precisar fazer uma adaptação? 3) Quais materiais necessários para aplicar o jogo escolhido? Como aplicá-lo?”.

A utilização de jogos é uma técnica que pode facilitar o aprendizado, pois torna o ensino mais interessante de modo a possibilitar a construção da autonomia dos alunos, motivando-os a construir conhecimentos de matemática mais consistentes e contextualizados como afirma Smole:

O trabalho com jogos nas aulas de matemática, quando bem planejado e orientado, auxilia o desenvolvimento de habilidades como observação, análise, levantamento de hipóteses, busca de suposições, reflexão, tomada de decisão, argumentação e organização, as quais são estreitamente relacionadas ao assim chamado raciocínio lógico. (SMOLE *et al.*, 2008, p. 9).

Assim, é necessário o resgate do sentido do que é ensinado há muito tempo. Segundo Moreira (1999), sabe-se da importância e da necessidade de fazer com que os alunos tenham prazer em adquirir os conhecimentos matemáticos de forma significativa. Durante muito tempo, o ensino e aprendizagem da Matemática vêm sendo um grande desafio para professores e alunos. De acordo com Demo (2002), esta disciplina é considerada como “bicho-papão”, pois o professor é apenas um transmissor de informações e os alunos só copiam, memorizam e repassam para as avaliações, e com isso têm uma visão que a matemática é muito difícil de

compreender. Logo, o professor não pode apenas achar que os alunos, a cada ano que passa, chegam sem conhecimentos básicos necessários para dar continuidade aos estudos. Ele precisa antes gerar meios para que os alunos tenham um aprendizado que faça sentido, para que se sintam interessados e motivados a se tornarem autores de seus conhecimentos, de modo a ter um rendimento escolar satisfatório, com a produção de um material para utilização, ou novo mecanismo que gere suporte ao aluno. O professor desta disciplina tem que exercer o papel de ajudar os alunos e fazer com que eles gostem de Matemática, melhorando sua autoestima, buscando novas estratégias de trabalho e fazendo com que os alunos vejam a importância da disciplina em suas vidas. Para que haja esse crescimento cognitivo, é necessário que se tenha um ambiente de respeito e confiança no qual as atividades se tornem prazerosas. Para Lara (2003):

A Matemática só perderá sua aura de disciplina bicho-papão quando “nós educadores/as, centrarmos todos os nossos esforços para que ensinar Matemática seja: desenvolver o raciocínio lógico e não apenas a cópia ou repetição exaustiva de exercícios-padrão; estimular o pensamento independente e não apenas a capacidade mnemônica; desenvolver a criatividade e não apenas transmitir conhecimentos prontos e acabados; desenvolver a capacidade de manejar situações reais e resolver diferentes tipos de problemas e não continuar naquela “mesmice” que vivemos quando éramos alunos/as. (LARA, 2003, p. 18- 19).

## **2 FUNDAMENTAÇÃO TEORICA**

Para modificar a visão errônea sobre a Matemática, pode-se utilizar a confecção e utilização de jogos como uma prática pedagógica, proporcionando aprendizagem mais interessante e motivadora para o aluno. Segundo Alves, (2001, p. 25), “[...] o jogo pode fixar conceitos, motivar os alunos, propiciar a solidariedade entre colegas, desenvolver o senso crítico e criativo, estimular o raciocínio, descobrir novos conceitos”. Com a utilização de jogos como estratégia de ensino, pode-se chegar a resultados satisfatórios para os alunos, pois eles precisarão se organizar, conforme seja necessário, defender posições e respeitar a opinião dos outros alunos durante a aplicação da atividade, tudo de forma descontraída, como cita Borin (1996), em seu trabalho sobre a relevância dos jogos em grupos:

Como estratégia de trabalho, escolhemos os jogos em grupo pelo seu aspecto lúdico que pode motivar e despertar o interesse do aluno, tornando a aprendizagem mais atraente. A partir de erros e acertos e da necessidade da análise sobre a eficiência de cada estratégia, construída para alcançar a vitória no jogo, estimula-se o desenvolvimento do raciocínio reflexivo daqueles que jogam. A mesma autora fala que é necessário explicar aos alunos por que estamos trabalhando com jogos. A nossa preocupação foi explicar aos alunos o objetivo porque os jogos estavam sendo adotados como estratégia em sala de aula. Deixamos claro também que o intuito era utilizar os jogos como se fossem problemas a serem resolvidos e, à medida que fossem

jogando, eles perceberiam a Matemática que estava presente nesse processo. (BORIN, 1996, p. 3).

Sendo assim, o professor precisa refletir sobre sua prática, para que possa aplicar de forma serena esta metodologia e o aluno também precisará de algumas observações necessárias, de relevância, para ter uma base mínima sobre o conteúdo que será aplicado, para que tenha uma fixação melhor do conteúdo e interação com companheiros durante o jogo.

Embora não seja muito usada no Ensino Médio, a prática de jogos tem um aspecto positivo, que é a substituição do modelo tradicional de ensino na sala de aula, no qual o aluno necessita sozinho transformar os conteúdos em conhecimentos utilizando os exercícios repassados pelo professor. Essa metodologia propicia ao estudante o medo que tem em relação à Matemática e o sentimento de incapacidade nas resoluções de questões matemáticas. Neste sentido BORIN (1996), destaca as vantagens do uso de jogos:

Outro motivo para a introdução de jogos nas aulas de Matemática é a possibilidade de diminuir os bloqueios apresentados por muitos de nossos alunos que temem a matemática e sentem-se incapacitados para aprendê-la. Dentro da situação de jogo, onde é impossível uma atitude passiva e a motivação é grande, notamos que, ao mesmo tempo em que estes alunos falam matemática, apresentam também um melhor desempenho e atitudes mais positivas frente a seus processos de aprendizagem. (BORIN, 1996, p. 9).

Essa proposição também está de acordo com Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1997, p. 36), que servem de aporte teórico para esta proposta de ensino e aprendizagem, “[...] a participação em jogos de grupo também representa uma conquista cognitiva, emocional e social para a criança, e um estímulo para o desenvolvimento do seu raciocínio lógico”, auxiliando de forma criativa e sendo atraente para desenvolver competências e habilidades para o desenvolvimento pleno dos alunos.

## 2.1 JOGO COMO RECURSO DIDÁTICO

O jogo matemático utilizado como um recurso didático é capaz de promover um ensino mais interessante e um aprendizado mais dinâmico, tornando as aulas mais atrativas e propiciando desafios, mostrando que a Matemática pode se tornar interessante e facilitadora no entendimento dos conteúdos matemático nesse sentido é que Grandó (2000) destaca:

Ao analisarmos os atributos e/ou características do jogo que pudessem justificar sua inserção em situações de ensino, evidencia-se que este representa uma atividade lúdica, que envolve o desejo e o interesse do jogador pela própria ação do jogo, e mais, envolve a competição e o desafio que motivam o jogador a conhecer seus limites e suas possibilidades de superação de tais limites, na busca da vitória, adquirindo confiança e coragem para se arriscar. (GRANDÓ, 2000 p. 24).

Nessa perspectiva, diversos pesquisadores da área de Educação Matemática têm estudado sobre as potencialidades do jogo no processo ensino aprendizagem da Matemática e destacam a importância deste recurso metodológico na sala de aula. Vale salientar, que no ato de jogar está subentendido o aspecto afetivo, que é o elemento mais importante no envolvimento na brincadeira. Tal afirmativa está de acordo Oliveira (2007) ao afirmar que:

Ensinar Matemática é desenvolver o raciocínio lógico, estimular o pensamento independente, a criatividade e a capacidade de resolver problemas. “Nós, como educadores matemáticos, devemos procurar alternativas para aumentar a motivação para a aprendizagem, desenvolver a autoconfiança, a organização, a concentração, estimulando a socialização e aumentando as interações do indivíduo com outras pessoas (OLIVEIRA, 2007, p. 5).

Desse modo, o uso de jogos e curiosidades no ensino da Matemática tem por finalidade fazer com que os alunos mostrem interesse por aprender essa disciplina, alterando a rotina da sala de aula e promovendo o interesse do aluno envolvido. A aprendizagem através da utilização de atividades práticas no nosso dia a dia, que de fato se mostrem úteis para o aluno e, também, sejam interessantes, não porque ele precise ir bem na matéria, mas sim porque ele goste. Fazendo uma análise sobre as possibilidades de jogos no ensino da Matemática, percebemos vários momentos em que os alunos exercem atividades com jogos em seu dia a dia fora das salas de aula. Muitos desses jogos culturais e espontâneos se utilizam de noções matemáticas que são simplesmente vivenciadas durante sua ação no jogo.

Ensinar Matemática é desenvolver o raciocínio lógico, estimular o pensamento independente, a criatividade e a capacidade de resolver problemas. Nesse sentido, Nogueira (2005) orienta que:

[...] o trabalho pedagógico com jogos envolve o raciocínio dedutivo para a jogada, para a argumentação e troca de informações, além de permitir a comprovação da eficiência de estratégias pensadas. Resgatam o lúdico da sala de aula e contribuem para a diminuição de bloqueios apresentados por crianças e adolescentes que temem a Matemática e se sentem incapacitados para aprendê-la, pois passam a ter experiência que aprender é uma atividade interessante e desafiadora (NOGUEIRA, 2005, p. 53).

Por isso, ao utilizar jogos e curiosidades no ensino da Matemática, podemos fazer com que os alunos gostem de aprender essa disciplina, mudar a rotina da sala de aula e despertar o interesse do aluno envolvido pois de acordo com Golbert (2002):

Cabe ao professor ajudar os estudantes a adquirir as ferramentas culturais que lhes possibilitem refletir sobre suas próprias intuições e experiências e comunicá-las, articulando suas ideias, construindo compreensões mais ricas. Isto significa que é da competência do professor encontrar os meios de transpor a distância entre a linguagem usual dos alunos e as convenções matemáticas mais abstratas (GOLBERT, 2002, p. 8).

Para Kishimoto (1997), as teorias construtivistas foram as primeiras em que os professores se apoiaram para introduzirem nos ambientes de ensino os jogos, de modo a fazer com que os alunos descobrissem determinados conceitos. Almeida (1984), na sua fala a respeito da relevância do jogo para educação e seus benefícios didáticos, garante que tais recursos tornaram-se fatores imprescindíveis na promoção de uma aprendizagem significativa, pois diversos conceitos, tidos como difíceis, quando de sua aplicação através de jogos mostraram-se mais fáceis de serem compreendidos. Lara (2003), ressalta que o jogo é uma atividade poderosa no âmbito da aprendizagem participativa, de modo a alcançar os objetivos propostos.

O jogo não tem só a capacidade de tornar as aulas mais dinâmicas, mas também tem a capacidade de ser um instrumento para o professor tornar-se capaz de identificar as principais dificuldades dos seus alunos e realizar diagnósticos de aprendizagem mais efetivos. A elaboração do conhecimento matemático a partir de jogos dentro da escola traz diversas vantagens, pois ao jogar, o aluno faz isso de forma prazerosa e realiza um esforço espontâneo e voluntário para alcançar o objetivo (resultado). Conforme os PCNs (1998), uma vantagem relevante nos jogos, é o desafio, que faz com que os alunos sintam mais interesse e prazer pela disciplina. Portanto, os jogos são peças essenciais para que a sociedade tenha indivíduos com capacidade de buscar soluções, enfrentar os desafios, criar estratégias e se tornarem pessoas críticas. A utilização dos jogos como metodologia para o ensino e aprendizagem na sala de aula, vem acontecendo de forma lenta, pois os alunos precisam de tempo para se acostumar às novas metodologias. Torna-se necessário que o professor seja um mediador da construção da aprendizagem quando utilizá-los, pois deve ser oportunizado em um ambiente onde os alunos possam criar, ousar, desafiar e comprovar. Segundo Grandó (2000):

O professor de Matemática se apresenta como um dos grandes responsáveis pelas atividades a serem desenvolvidas em sala de aula. Portanto qualquer mudança necessária a ser realizada no processo ensino-aprendizagem da matemática estará sempre vinculada à ação transformadora do professor (GRANDÓ, 2000, p.28).

Desta maneira, percebe-se que o interesse na adequação de novos métodos pedagógicos, visando o aprendizado dos alunos deverá partir do professor, seguindo da escola e dos alunos. Algumas vezes, será necessário que o professor intervenha na elaboração da contextualização para que a aula tenha sentido, fique mais atrativa, ganhando conhecimentos mais específicos e atraindo o interesse do estudante, e traga o conhecimento já existente, de modo aumentar mais interesse pelo conteúdo e uma motivação para o aprendizado de forma lúdica, o que vai possibilitar a troca de ideias com a turma e o professor, se tornando o sujeito do processo de aprendizagem da matemática.

### 3 IMAGEM CONCEITUAL E CONCEITO

A pesquisa teórica bibliográfica foi realizada com o objetivo de aperfeiçoar os fundamentos teóricos relacionados ao processo de ensino e aprendizagem do pensamento matemático, em especial, do conceito de funções. No auxílio destas questões serão utilizados os princípios teóricos presentes nas noções de conceito definição e conceito imagem, utilizaremos as proposituras feitas pelos pesquisadores David Tall e Shlomo Vinner (1981). Os dois teóricos defendem a ideia de que um determinado conceito não poderia ser trabalhado a partir de sua definição usual, logo, para que um determinado conceito tenha sentido e seja realmente entendido, o aluno deve ser familiarizado anteriormente à formalização. Para Tall e Vinner (1981), o surgimento Conceito Imagem:

[...] descreve toda a estrutura cognitiva que está associada ao conceito, inclui todas as imagens mentais e propriedades a elas associadas e os processos. É desenvolvido ao longo dos anos por meio de experiências de todos os tipos, mudando tanto quando o indivíduo encontra novos estímulos, quanto quando amadurece (TALL; VINNER, 1981, p.152).

Acredita-se que quando o estudante é estimulado a pensar sobre um determinado objeto, surgem várias representações mentais como imagens de representações visuais, impressões, experiências e propriedades, as quais podem ser elaboradas, pelos alunos, por intermédio de processos de pensamentos sobre representações mentais, que segundo Tall e Vinner (1981) são denominadas como conceito imagem. Deste modo, iremos analisar as contribuições de uma proposta de ensino baseada nos conceitos imagens e conceito definição para o estudo de funções no ensino médio.

Para Vinner (1983), a formação de conceitos tem grande importância para a psicologia da aprendizagem. Ao trabalhar com essa questão, tem-se que ficar atento a algumas dificuldades: a primeira no que se relaciona à noção do próprio conceito e a segunda é a de verificar quando um conceito está formalizado de forma correta na mente de um indivíduo. Para explicação deste processo cognitivo, serão tomadas por base as noções de conceito imagem e conceito definição desenvolvidas por Tall e Vinner (1981). A ideia principal consiste no seguinte: quando o aluno escuta o nome de um conceito, ele gera um estímulo de forma a acionar sua memória, descrito como conceito imagem. Deste modo, pode-se afirmar que o conceito imagem é algo que está evidente em nossa mente de forma a associar uma coisa não verbal, que de acordo com Tall e Vinner (1981), o não verbal se refere a representações visuais, impressões ou experiências referente nome do conceito. Veja que essas representações não

verbais podem ser traduzidas por formas verbais, porém, nem sempre essas últimas são precisas e ou as primeiras a serem recordadas por nossa mente. Por exemplo, quando dizemos em uma função que  $x$  assume o valor do número  $a$ , pode vir à mente de um indivíduo a imagem  $f(x) = a$ .

O termo conceito imagem mostra a estrutura cognitiva total que está relacionada ao conceito. Esta estrutura total irá representar o conjunto de todas as imagens, propriedades ou processos que o indivíduo alguma vez teve contato, irão ser associadas ao conceito. Logo, percebe-se que à medida que o indivíduo obtém novas experiências no decorrer do tempo relacionadas a um conceito, as imagens vão sendo enriquecidas “ampliando” o conceito imagem. Entende-se por conceito definição, a definição oral que explica de forma precisa um conceito. Portanto, podemos afirmar que o conceito definição representa a definição matemática formal. Tall e Vinner (1981), ressaltam que para um indivíduo adquirir um conceito é necessário que se forme um conceito imagem do mesmo. Somente o conceito definição (a definição efetiva) não nos dá garantia da verdadeira compreensão do conceito. Lembramos que para alguns conceitos, determinados indivíduos, podem ter ao mesmo tempo um conceito definição e um conceito imagem. Além do que, alguns conceitos podem inclusive ser introduzidos suas definições que, nesta situação, ajudam na formação do conceito imagem.

Assim sendo, a definição serve como apoio na construção do conceito imagem. Contudo, muitas vezes, mesmo tendo o apoio para a construção da definição, o que acontece é que os indivíduos depois de formarem o conceito imagem de um conceito, não mais utilizem o conceito definição. Logo, a partir da formação do conceito imagem, a definição pode continuar inativa ou mesmo ser esquecida. Vinner (1983) criou um modelo elucidativo para a construção de conhecimentos matemáticos que está amparado nas relações que existem entre conceito imagem e conceito definição. Ele garante que cada um dos conceitos tem células distintas na estrutura cognitiva, sendo uma para o conceito definição e a outra para o conceito imagem. Se nenhum significado for associado a um conceito, a célula conceito imagem estará vazia. Isso acontece em várias situações em que o conceito está apenas memorizado sem significado para o indivíduo. Este poderá ser considerado um ponto decisivo no que diz respeito ao processo de ensino e aprendizagem do conceito de função como exemplifica Iezzi e Murakami (2004):

Dados dois conjuntos  $A$  e  $B$  contidos em  $R$ , não vazios, uma relação  $f$  de  $A$  em  $B$  recebe o nome de aplicação de  $A$  em  $B$  ou função definida em  $A$  com imagens em  $B$  se, e somente se, para todo  $x \in A$  exista um só  $y \in B$  tal que  $(x, y) \in f$ . (IEZZI; MURAKAMI, 2004, p. 81).

Definições como essa, normalmente são introduzidas de forma precoce, seja pelos professores ou pelos materiais didáticos no ensino médio. Mesmo que seja mais comum reconhecer a ideia de que se deve ter, para gerar o aprimoramento de um conceito imagem, a execução de várias situações para que os alunos possam captar com precisão o conceito definição, o que se vê no dia a dia são tentativas que não mostram a eficácia pretendida. É neste momento que, normalmente, aparecem as maiores dificuldades dos alunos. Em diversas situações, quando os alunos conseguem decorar de forma precisa a definição, sem identificar o seu significado, acabam por construir (quando possível), com base nesse conceito definição, um conceito imagem vago e normalmente associado à expressão “ $x \in A$ ” ou à notação utilizada para representação de uma função. Vale ressaltar que pode ocorrer ainda a aquisição de um conceito definição finito aplicável apenas a um número de exemplos particulares.

O modelo concebido por Vinner (1983) sugere a existência de uma relação entre o conceito definição e o conceito imagem, mesmo que ambos possam ter sua construção de forma independente. Existe a possibilidade que um determinado indivíduo construa, a partir de vários exemplos, um conceito imagem que pode sofrer alteração à medida que este indivíduo entra em contato com situações que não aparecem nos exemplos inicialmente construídos. Mas pode acontecer também que mesmo diante de situações novas que requeiram mudanças e ou adequação do conceito imagem, ele mantenha-se inalterado, isto é, a definição do professor fica temporariamente na célula e pode ser esquecido ou desvirtuado com o passar do tempo.

Do mesmo modo pode ocorrer quando um conceito é colocado por meio de sua definição. A célula conceito imagem que se encontra inicialmente vazia vai sendo preenchida com exemplos e explicações que estão sendo dadas. Contudo, ela não se mostra capaz de expressar todos os aspectos do conceito definição. Nota-se o que o excesso nas definições e demonstrações que são apresentadas de forma rigorosa e mecânica não contribui, na grande maioria das vezes, de forma positiva para a aquisição do conceito definição e do conceito imagem. A demonstração deve ser construída por meios de processos significativos capazes de apresentar imagens que auxiliam a aquisição do conceito imagem e deem sentido ao conceito definição ou vice-versa. Para Tall e Vinner (1981), deve haver um cuidado com a forma com que o modelo vai ser introduzido em algumas atividades matemáticas, pois os pesquisadores reconhecem que a formação dos conceitos não ocorre sempre do mesmo modo porque ela está ligada ao desempenho dos sujeitos envolvidos. Devido a isso, sugerem aplicar atividades voltadas à construção e identificação dos conceitos de modo a colocar o aluno em contato com

atividades cognitivas que permitam ativar as duas células: a célula do conceito imagem e a célula do conceito definição.

Tall (1992) afirma que os estudantes quando são confrontados inicialmente com os conceitos matemáticos, é infalível que encontrarão exclusivamente uma escala limitada de possibilidades que enfatizem suas imagens conceituais, sendo que para a construção de um fundamento cognitivo apropriado devemos partir de conceitos já conhecidos pelos estudantes que sirvam de suporte para o crescimento do conhecimento matemático, como afirma Tall (1992):

Em vez de lidar inicialmente com definições formais que contém elementos não familiares ao aluno, é preferível tentar achar uma aproximação que construa conceitos que têm o duplo papel de serem familiares aos alunos e também de fornecerem a base para um posterior desenvolvimento matemático. Tais conceitos, eu denomino raízes cognitivas. Estas não são fáceis de achar – elas requerem uma combinação de grandes pesquisas (para achar o que é apropriado para o aluno no corrente estágio de desenvolvimento) e conhecimento matemático (para estar certo da longa relevância aos termos matemáticos (TALL, 1992, p.04).

O aprendizado do conceito de função em muitos casos ocorre através de exemplos que se utilizam de fórmulas. Tall e Vinner (1981) alegam que em tal caso a imagem conceitual pode ter uma noção restrita, exclusivamente envolvendo fórmulas, na qual a definição conceitual fica na maior parte inativa na estrutura cognitiva. No início, o aluno nesta posição pode efetuar completamente com a sua noção restrita, que está adequada a seu contexto restrito. Porém mais tarde, quando aparecerem às funções definidas em contextos mais amplos poderá ser incapaz de lidar com a mesma. Todavia o responsável por esta situação é o próprio programa de ensino.

Acreditamos ser importante para as instituições escolares, formarem cidadãos críticos para atuarem dentro da sociedade. Sendo assim, faz-se necessário que os alunos desenvolvam seu raciocínio e procurem utilizar sua aprendizagem para solucionar os problemas diários por meio de uma educação de qualidade em que a elaboração do conhecimento transcorra de forma integrada, variada e incentive o crescimento das imagens e definições conceituais dos alunos.

## 4 FUNÇÃO

Vários conceitos apresentados durante nossa vida escolar podem ser relacionados com situações do cotidiano. A ideia de função está relacionada com situações diárias encontradas em revistas, jornais e noticiários de televisão, além de estar presente em diversas situações da

atividade humana, como o preço que se paga no posto para o abastecimento de combustível. Estes conhecimentos podem ser utilizados nas aulas para o ensino do conceito de Função, gerando no aluno o interesse e a motivação em obter novos conhecimentos.

De acordo com os PCNs do Ensino Médio (BRASIL, 1999) faz parte do ensino da Matemática garantir que o aluno ganhe certa flexibilidade para lidar com o conceito de função em diversas situações. Por meio de uma variedade de situações-problema, o aluno pode ser estimulado a buscar a solução, adequando o seu conhecimento sobre funções e assim construir um modelo para interpretação e investigação em Matemática.

As funções, que são relações especiais, estão presentes durante todo o currículo escolar, sendo encontradas na aritmética, na álgebra, na geometria e na probabilidade. O conceito de função tem grande importância, pois relaciona matematicamente várias situações encontradas no mundo real. Perante esse aspecto, Akkoç e Tall (2005) reiteram que os formadores do currículo presumem que os estudantes podem conceitualizar a definição de função após o estudo de várias representações.

De acordo Iezzi e Murakami (2004), na Matemática se 'x' e 'y' são duas variáveis tais que para cada valor que se atribui a 'x' existirá um único valor correspondente para 'y', neste caso, é dito que 'y' é uma função de 'x'. O conjunto de valores que podem ser atribuídos a 'x' é denominado domínio da função. Para a variável 'x' dar-se o nome de variável independente. O valor de 'y', obtido a partir do valor atribuído a 'x', chamamos de imagem de 'x' pela função e é indicado por  $f(x)$ . A variável 'y' é denominada variável dependente, porque seus valores dependem dos valores que 'x' assumir. O conjunto denominado imagem da função é composto pelos valores que 'y' assume, em correspondência aos valores de 'x'. Segundo Akkoç e Tall (2002):

Para um matemático, a noção de função é um modelo de simplicidade. O que poderia ser mais simples do que a ideia de que 'nós temos dois conjuntos e cada elemento no primeiro é ligado a precisamente um elemento no segundo'? A definição não é apenas matematicamente simples, para o matemático isso fornece acesso a uma enorme complexidade de ideias. Alguns alunos são capazes de construir essa delicada combinação de simplicidade e complexidade. Para outros, entretanto, a situação é bem diferente. Como eles respondem ao ser introduzida a noção de função? Eles trazem seu entendimento implícito da língua e todas as suas experiências prévias para empregar na tarefa. O resultado para eles é uma altamente complicada série de significados pessoais que ao mesmo tempo ajuda e atrapalha suas interpretações do conceito matemático (AKKOÇ; TALL, 2002, p. 01).

Uma das dificuldades encontradas pelos alunos na aprendizagem da Matemática segundo Akkoç e Tall (2005) é que o desenvolvimento cognitivo dos alunos não alcança a lógica da matemática. Apenas uma pequena parte dos alunos se detém na aprendizagem do

conceito de função, enquanto a maioria delas trabalha com o conceito de forma desconectado, o que revela uma combinação irregular entre o currículo e as estruturas cognitivas dos alunos.

Durante muito tempo a complexidade do conceito de função chamou a atenção de pesquisadores. Pois a diferença entre a definição conceitual utilizada pelos matemáticos e a imagem conceitual gerada na mente dos alunos, foi comprovada por Vinner (1983) apud Akkoç e Tall (2002), revelando que a maioria dos alunos utilizam definições próprias para o conceito de função, dando significados geralmente errados ao termo.

De acordo com Tall (1992), inicialmente no lugar de se trabalhar as definições formais com elementos praticamente desconhecidos pelos alunos, o melhor seria procurar uma abordagem que construa conceitos que lhes sejam familiares e sirvam de bases, para um desenvolvimento matemático futuro.

Segundo Tall (2000-a), o conceito de função pode ser inserido de uma forma que seja teoricamente mais eficiente, buscando deste modo, desenvolver os fundamentos gerais que se associam a outras teorias do desenvolvimento cognitivo no ensino da matemática.

Ao darmos ênfase às muitas representações do conceito de função tais como: sentença matemática, a fórmula, o gráfico, a relação entre variáveis dentre outras coisas, a ideia principal da função como um processo frequentemente é negligenciada. Por exemplo, na situação, posto que os gráficos sejam frequentemente representados como uma ótima maneira de estudar e entender uma função, poucos alunos relacionam o gráfico ao processo funcional que está implícito, vendo o gráfico apenas como um objeto inerte.

Os alunos criam modelos para o conceito de função do mesmo modo que criam modelos para conceitos do dia a dia, e embora o conceito de função percorra vários ramos da matemática e tenha uma posição de destaque em seu desenvolvimento, mostra-se complexo o seu ensino na escola. Nessa perspectiva, Bakar e Tall (1991), nos indicam que a “Matemática Moderna” introduziu o conceito de função na escola apenas nos termos do domínio de escala e do relacionamento entre os elementos, porém vários estudantes demonstraram dificuldades na compreensão desta noção. Mesmo que nós possamos mostrar para nossos alunos conceitos gerais tais como o domínio em que a função está definida e a escala de valores possíveis, tais termos não parecem ser entendidos.

De acordo com Tall (1988), a “Matemática Moderna” entendia que se os alunos elaborassem as definições e as deduções matemáticas corretamente, teriam a aprendizagem da matemática. Todavia, mesmo sendo feito tudo isso as dificuldades permaneciam. Um estudo cuidadoso sugere que tais dificuldades não correspondem necessariamente a uma falta de

conhecimento por parte dos alunos, mas a um fenômeno natural humano que é evidenciado em todos nós.

Bakar e Tall (1991) realizaram uma pesquisa na qual fica clara a semelhança dos critérios que os estudantes adotam quando se deparam com conceitos matemáticos. Ocasionalmente, os estudantes empregam os chamados “exemplos protótipos” do conceito da função que tem sua mente, como: uma função é como  $y = x^2$ , ou um polinômio, ou  $1/x$ , ou uma função seno. Bakar e Tall (1991) nos mostram ainda que:

Quando perguntada se um gráfico é uma função, na ausência de uma definição de função, a mente tenta responder por ressonância com esses protótipos mentais. Se há ressonância, as experiências individuais levam a uma resposta positiva. Se não há ressonância, as experiências levam à confusão, procurando na mente por um significado à questão, tentando formular a razão para a falha na obtenção de uma combinação mental. (BAKAR e TALL, 1991, p. 02).

A complexidade do conceito de função é uma ideia que atravessa séculos. Para Bakar e Tall (1991), o aluno não pode edificar o conceito abstrato de função sem ter exemplos da função na ação; faz-se necessário a criação de uma aproximação que faça os modelos desenvolvidos pelos alunos o mais apropriado possível. Tall (2000-a) mostra como uma escolha praticável a “Máquina de Função”:

Um provável bom candidato é a máquina de função como uma caixa de entrada e saída. Essa incorpora ícones, aspectos visuais, apresentando tanto um status de objeto quanto do processo de entrada e saída. As usuais representações de função (tabela, gráfico, fórmula, procedimento, formulação verbal, etc.) também podem ser vistas como modos de representação ou cálculo interno da relação entrada e saída (TALL, 2000-a, p. 03).

De acordo com Tall (2000-a) a máquina de função é um recurso de grande importância na compreensão dos conceitos matemáticos, no entanto ela normalmente é utilizada como o problema “qual a minha regra”, para que os alunos encontrem a sentença matemática que expressa à regra da função. Deste modo, é originado um obstáculo epistemológico de que todas as funções são enunciadas por uma fórmula. A máquina de função propicia aos estudantes ter uma imagem mental de uma máquina que pode ser utilizada para explicar e nomear vários processos sem que seja necessário ter um processo explícito definido.

Segundo Tall (2000-a), a máquina de função nesta situação mais ampla é uma versão que envolve o conceito mais completo de função. Pode ser pensada e representada de vários modos que ligam diretamente a compreensão humana, possibilitando entendimento de ideias profundas de forma simples. Consideramos que a máquina de função é uma ferramenta relevante no processo de aprendizagem do conceito de função, pois promove a aprendizagem de forma significativa e desenvolve o raciocínio de nossos alunos. Deste modo, objetivamos

dar a nossa contribuição em algo importante e estimulante, para que a aprendizagem tenha significado na vida diária de nossos alunos.

## 5 ESCOLHA POR JOGOS MATEMÁTICOS

Fiorentini e Miorim (1990) consideram que as dificuldades apresentadas por professores e alunos no processo de ensino aprendizagem da Matemática são conhecidas por todos. De um lado, o aluno tem dificuldade de entender a matemática que a escola lhe ensina, por outro lado o professor, sabedor de que não consegue alcançar resultados desejados junto a seus alunos, busca novos métodos que possam melhorar este quadro.

Atualmente com a competição do mundo digital repleto de recursos eletrônicos e as redes sociais as quais os alunos têm acesso diariamente dentro e fora do ambiente escolar, torna-se cada vez mais difícil motivar os alunos a ter interesse pelo que está sendo estudado. Deste modo, o melhor caminho para superar estas dificuldades é o emprego do lúdico.

Nesse sentido, Macedo (2000) nos orienta que o uso de jogos proporciona uma experiência significativa para as crianças, tanto no que diz respeito a conteúdos escolares quanto no desenvolvimento de competências e habilidades.

Concordamos com Kishimoto (1997) quando afirma que os jogos e as brincadeiras estimulam as seguintes áreas do desenvolvimento infantil: percepção sensorial, percepção visual, percepção auditiva, esquema corporal, estruturação do tempo-espaço, memória, atenção, imaginação, criatividade, linguagem e sociabilidade. Logo, podemos assegurar que o jogo desenvolve o mental, o afetivo, o físico, atingindo o social, no reconhecimento dos demais aspectos. O lúdico conduz a uma compreensão real das potencialidades, das limitações, das capacidades e conflitos, mas para que isso ocorra Cunha (2012) reitera que é necessário:

[...] a) motivar os estudantes para atividade; b) incentivar a ação do estudante; c) propor atividades anteriores e posteriores à realização do jogo; d) explicitar, claramente, as regras do jogo; e) estimular o trabalho de cooperação entre colegas no caso dos jogos em grupo; f) procurar não corrigir os erros de forma direta, mas propor questionamentos que possam levar os estudantes a descobrirem a solução; g) incentivar os estudantes para a criação de esquemas próprios; h) estimular a tomada decisão dos estudantes durante a realização dos jogos; i) incentivar a atividade mental dos estudantes por meio de propostas que questionem os conceitos apresentados nos jogos; [...] (CUNHA, 2012, p.97).

Para Kishimoto (1997), as ações iniciais dos professores apoiados nas teorias construtivistas foram no sentido de transformar os ambientes de ensino ricos em quantidade e

variedade de jogos, para que os alunos conseguissem descobrir conceitos relativos às estruturas dos jogos por meio de sua utilização.

Almeida (1984) nos fala a respeito da relevância dos jogos na educação em relação às vantagens didáticas, afirmando que tais recursos tornaram-se imprescindíveis para a promoção de uma aprendizagem significativa, com isso diversas teorias tidas como difíceis quando colocadas através de jogos mostraram-se mais fáceis de serem entendidas.

Lara (2003) destaca que o jogo é uma atividade importante para instigar a vida social e a atividade construtiva. Trata-se de uma ocasião para viver plenamente em um clima de aprendizagem participativa, de modo interativo e criativo em que alunos e professores buscam construir um vínculo produtivo, através do quais todos saem fortalecidos em um ambiente de descobertas recíprocas, de modo a alcançar objetivos propostos e desejados.

De acordo com Kishimoto (1997), por intermédio do jogo acontece o progresso da aprendizagem e do desenvolvimento, logo pode ser considerado um importante aliado nas práticas escolares para o ensino, já que colocar o aluno diante de situações de jogo pode ser um bom método para aproximá-lo dos conteúdos culturais que serão apresentados na escola, além de estimular o desenvolvimento de novas estruturas cognitivas.

Confirmando essa ideia, nos PCNs do Ensino Médio (BRASIL,1999, v..3), vemos que além de ser um objeto sociocultural em que a Matemática está presente, o jogo é uma atividade comum no desenvolvimento dos processos psicológicos básicos. Por meio dele, os estudantes não somente experimentam situações que se repetem, mas também aprendem a lidar com símbolos e a pensar por analogia. Ao verificarem essas semelhanças, se transformam em produtoras de linguagens, passam a criar convenções, se capacitam para submeter-se a regras e dar explicações.

Em consonância com Huizinga (1999), afirmamos que com a utilização de jogos é possível desenvolver no aluno, além das habilidades matemáticas, sua concentração, sua curiosidade, a consciência de grupo, o companheirismo, a autoconfiança e a sua autoestima. Assim, na sala de aula, o jogo torna-se uma preparação do jovem para as tarefas que mais tarde a vida exigirá, trata-se de um exercício de equilíbrio indispensável para indivíduo.

Conforme Huizinga (1999), o jogo é importante, pois estimula a construção de esquemas de raciocínio através de sua ativação, por propiciar a busca de soluções através do esforço voluntário. A utilização de jogos nas aulas de Matemática não só proporciona ao aluno construir relações qualitativas ou lógicas – aprender a raciocinar e fazer questionamentos – mas também a socialização. Ela se torna num ótimo recurso pedagógico em que a problematização

presente proporciona desafios ao aluno impulsionando-o a buscar diferentes processos que o leve a novas estratégias para encontrar a solução dos cálculos presentes na atividade.

Para Lara (2003), se idealizarmos o ensino de Matemática como sendo um processo de repetição, treinamento e memorização, criaremos um jogo apenas como sendo outro tipo de exercício. Porém, se elaborarmos este ensino de modo a ser um momento de descoberta, de criação e de experimentação, o jogo será visto não só como um instrumento de recreação, mas, essencialmente como um transporte para a construção do conhecimento.

De acordo com Rizzo (1996), quando se observa a realização de um jogo, não se tem o conhecimento prévio da ação do jogador. A incerteza estará sempre presente. Motivações pessoais e fatores internos determinam a ação do jogador, bem como de estímulos externos, tais como a conduta de outros parceiros. Ao jogar e discutir uma partida, vários conceitos são reconsiderados, bem como vários aspectos do conhecimento são acrescidos e aprofundados. Segundo Grandó (1995):

O jogo é caracterizado como aquele que incorpora a estrutura matemática, fornecendo uma representação concreta e manipulativa para sustentar e demonstrar o que há por trás da Matemática. Assim, os aspectos relacionados à ação pedagógica do jogo propiciam uma discussão matemática que objetiva, sobretudo, o desenvolvimento do aluno e a sua compreensão e relação com a realidade que o cerca. Se a criança se sentir em dúvida por algum motivo lógico ou linguístico do conceito matemático, ela pode recorrer ao concreto (jogo) para checar e dar suporte ao que está pensando (GRANDÓ, 1995, p. 105).

Para Grossi (2000), é necessário aprender a perder nos jogos didáticos, visto que, para aprender de verdade é obrigatório renunciar a hipóteses que se julgavam autênticas para passar a outras mais consistentes e mais completas.

De acordo com Macedo (2000), todo jogo pode ser usado quando o objetivo é apresentar atividades que beneficiem a aquisição de conhecimento. O problema não está no material usado, mas sim no modo como ele é explorado. Isso indica que a ação de jogar, deve estar envolvida e ser orientada, de modo a relacionar um conjunto de ações intencionais e integradas no sistema como um todo.

## **6 O PAPEL DO PROFESSOR NO USO DE JOGOS MATEMÁTICOS**

O professor deve fazer uma avaliação constante do grau de interesse que o aluno terá por cada jogo, de forma a averiguar se ele levará ou não ao desenvolvimento do raciocínio e da cooperação. Sabedor do tipo de desafio que o jogo apresenta para o aluno, é imprescindível que

o professor procure fazer a união da teoria e da prática para que se tenha um trabalho cada vez mais profundo e equilibrado, com jogos relevantes para o desenvolvimento dos alunos.

A avaliação e a escolha dos jogos mais adequados para cada grupo devem ser feitas com critério e, sempre que possível, incluir a análise da participação do aluno, devendo ser excluídos aqueles que não tenham conteúdo significativo e mobilizador de processos de pensamento no aluno.

De acordo com Kamii (1991), um bom jogo não é aquele que necessariamente o participante pode dominar “perfeitamente”. O relevante é que o aluno possa jogar de uma maneira lógica e instrutiva para si mesmo e para o seu grupo.

Uma regra importante na aplicação de jogos em sala de aula, requer a possibilidade de os alunos avaliarem por si só os resultados de suas ações. Faz-se necessário eximir-se de qualquer situação de indecisão, de modo que, diante de um resultado falho, o aluno possa determinar onde errou e exercitar sua inteligência na solução de problemas e assim construir relações entre diversos tipos de ação e diversos tipos de reação de um objeto.

A participação ativa dos jogadores em um jogo irá depender da capacidade de envolvimento de todos, o que dependerá do seu nível de desenvolvimento. Essa é a participação ativa no tocante a atividade mental que será executada pelos alunos que envolve a cooperação entre os jogadores, seja observando, agindo ou pensando. Segundo Kamii (1991), a sugestão de jogos em grupo não é defendida simplesmente para que as crianças aprendam a jogar determinados jogos, o importante é que o jogo propicie um contexto estimulador da atividade mental do aluno e de sua capacidade de colaboração, seja ele jogador ou não, de acordo com as regras previamente estabelecidas.

Lara (2003) faz a classificação dos jogos matemáticos em jogos de construção, jogos de treinamento, jogos de aprofundamento e jogos estratégicos. Os jogos de construção são aqueles que trazem para o estudante um assunto que ele desconhece fazendo com que, através da manipulação de materiais ou de perguntas e respostas, ele sinta que vai precisar de uma nova ferramenta, ou se preferirmos, um novo conhecimento para resolver determinada situação-problema proposto no jogo. Conforme Lara (2003), os jogos de treinamento podem servir de auxílio no desenvolvimento de um pensamento dedutivo ou lógico mais rápido. Através de exercícios repetitivos de modo que o aluno perceba que existe outro caminho de resolução que poderia ser seguido tornando maiores suas possibilidades de ação e intervenção.

Conforme Lara (2003), outro tipo de jogo são os chamados jogos de aprofundamento. Após o aluno ter construído ou trabalhado determinado conteúdo, é necessário que o professor

proponha situações em que o aluno possa aplicar o que aprendeu. A resolução de problemas, é um tipo de atividade muito apropriado para esse aprofundamento, e tais problemas podem ser apresentados na forma de jogos. O último tipo de jogo são os chamados de jogos estratégicos que levam o aluno a criar estratégias de ação para um melhor desempenho como jogador, de modo que ele tenha que levantar hipóteses e desenvolver um pensamento sistêmico, podendo pensar em várias alternativas para a solução de um determinado problema.

O estudo bibliográfico justifica a escolha pelos jogos educativos no ensino do conceito de função. Em resumo, o jogo, na sala de aula é altamente recomendado, pois de acordo com Macedo (2000), o jogo possibilita e facilita o processo de aprendizagem, na medida em que o sujeito é levado a pensar, refletir, fazer previsões e inter-relacionar objetos e situações.

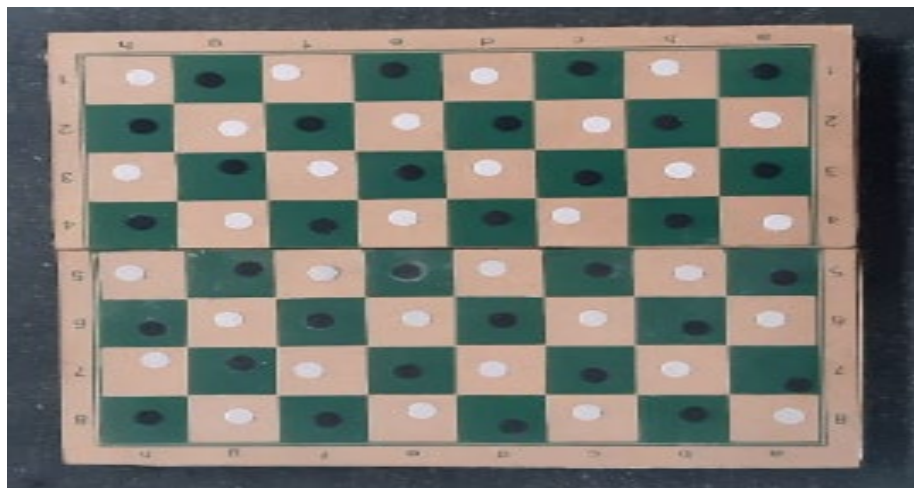
## **7 JOGOS QUE SERÃO UTILIZADOS**

Para o desenvolvimento desta pesquisa foram construídos e adaptados jogos baseados nas teorias de David Tall e Shlomo Vinner que em seus estudos utilizaram a ideia da Máquina de função para introduzir o conceito de função. Eles pensaram a máquina de função como uma máquina de entrada e saída, onde era colocado uma entrada, e se baseando numa função estipulada determinava-se uma saída. Considerando essa ideia de máquina, procuramos utilizar variados tipos de jogos que proporcionassem aos alunos diversas maneiras de trabalhar com o conceito de função, tanto através de simbolismo, quanto de formas numéricas.

Para a realização desta pesquisa envolvendo jogos matemáticos como instrumento facilitador no ensino de função, descreveremos os jogos e suas regras. Na confecção dos jogos, foi utilizado material de forma que ficassem bem coloridos para que os alunos se sentissem atraídos a participar das atividades. Os conteúdos apresentados em cada jogo, são diferenciados, porém todos trabalham com os conceitos envolvidos no conteúdo de função. Os jogos confeccionados têm por nome: Jogo de Damas Adaptado (Coordenadas Cartesianas), Figuras Máquina de Função (Elementos Regionais), Encontre a Saída Máquina de função, Determine a Função Máquina de Função, Batalha Naval com coordenadas cartesianas, Trilha Conceito de Função, Stop Funcional, Amazonas dá Sorte e Caminho Sinuoso.

### **Jogo de Damas adaptado (Coordenadas Cartesianas)**

#### **Figura 1- Tabuleiro Jogo de Damas Adaptado (Coordenadas Cartesianas)**



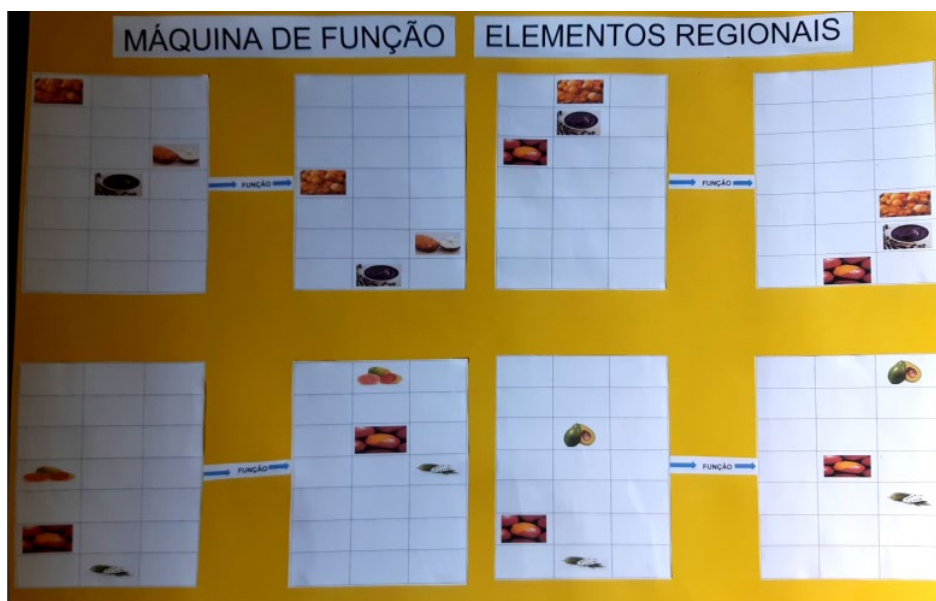
Fonte: Arquivo pessoal do pesquisador

Nesta adaptação do Jogo de Damas, definimos como regras do jogo: cada casa será identificada por um par ordenado de letras e números. As letras indicam as colunas e os números representam as linhas, as peças serão colocadas em lados opostos ocupando as casas escuras do tabuleiro.

Os alunos, em duplas, iniciarão o jogo e realizarão as jogadas e deverão sempre anotar a “casa da saída” e a “casa da chegada”. O vencedor será o jogador que “capturar” todas as peças do adversário e tenha escrito corretamente todos os pontos encontrados.

### **Jogo Figuras Máquina de Função (Elementos Regionais)**

Figura 2. Tabuleiro do jogo Máquina de Função (Elementos Regionais)



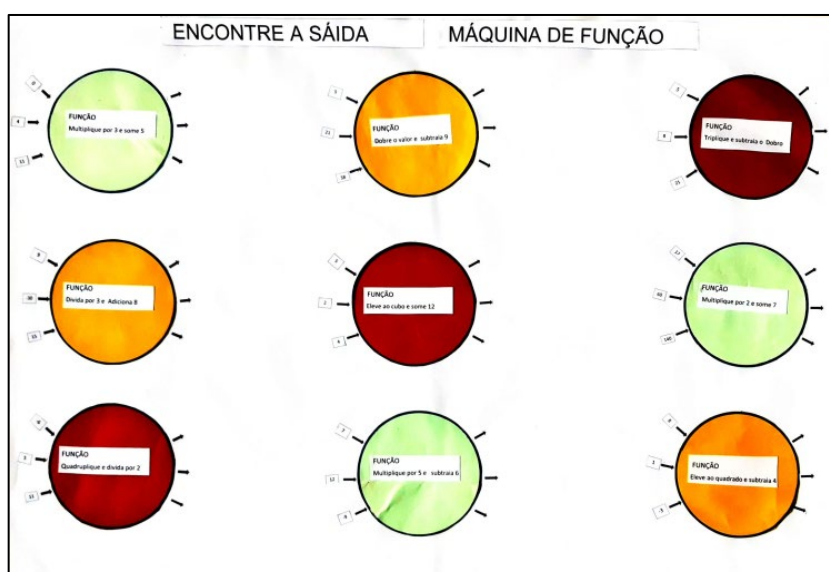
Fonte: Arquivo pessoal do pesquisador

Conforme definição apresentada por Lara e de acordo com David Tall e Shlomo Vinner. Pretendemos com este jogo criar uma imagem conceitual sobre o conceito de função e ao utilizar figuras regionais familiares aos alunos, procuramos desenvolver o conceito de Função através de representações simbólicas, fixando assim, uma imagem conceitual.

O jogo Máquina de Funções (Elementos Regionais) apresenta quatro situações distintas, na qual estão presentes uma entrada, uma função e uma saída. Em cada função existem alterações nas figuras referentes às saídas.

### Jogo Encontre a Saída Máquina de função

Figura 3 .Tabuleiro para o Jogo Máquina de Função Encontre a Saída.

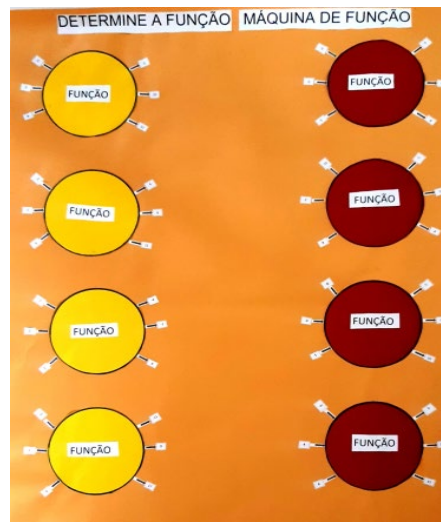


Fonte: Arquivo pessoal do pesquisador

O jogo apresenta situações distintas: cada uma apresenta uma entrada, que contém números, e é indicada a função. Será feito o questionamento qual será a saída para cada situação indicada

### Jogo Determine a Função Máquina de Função

Figura 4. Tabuleiro para o Jogo Determine a Função Máquina de Função

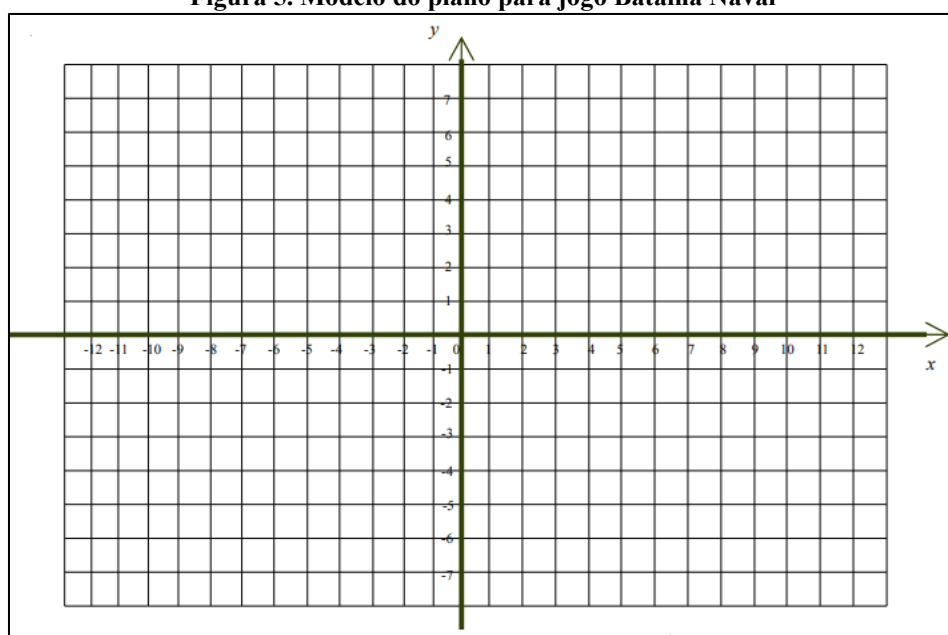


Fonte: Arquivo pessoal do pesquisador

Estabelecemos como objetivos para esse jogo: desenvolver o conceito de Função através de representações numéricas e descobrir as funções apresentadas em cada situação.

### Jogo Batalha Naval com Coordenadas Cartesianas

Figura 5. Modelo do plano para jogo Batalha Naval

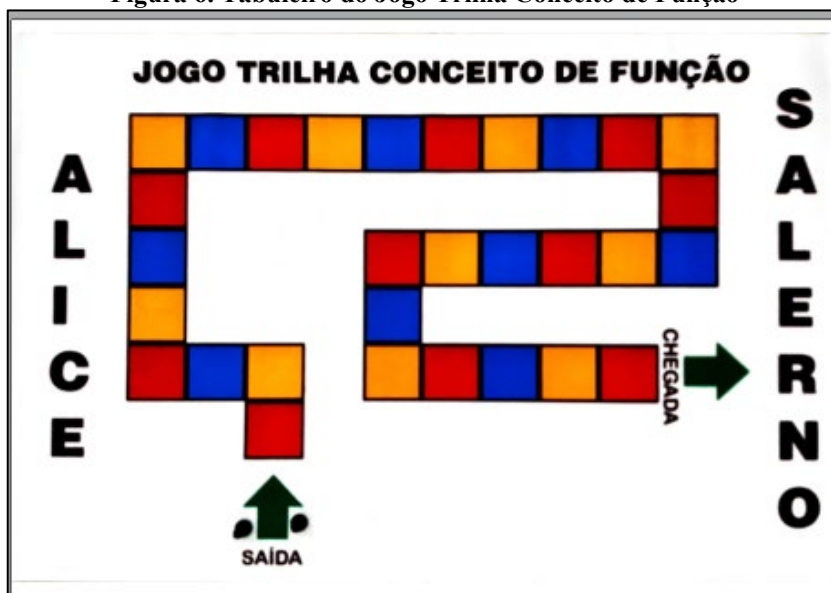


Fonte: Arquivo pessoal do pesquisador

Este jogo foi pensado para que o aluno se familiarize com o plano cartesiano para utilização no conceito de função.

### Jogo Trilha Conceito de Função

Figura 6. Tabuleiro do Jogo Trilha Conceito de Função



Fonte: Arquivo pessoal do pesquisador

Esse jogo classifica-se como um ‘jogo de aprofundamento’, pois será aplicado depois do professor ter trabalhado com os alunos o conceito de função. Na aplicação, o aluno tem a oportunidade de resolver situações-problema com três níveis de dificuldade, visando contribuir para um aprofundamento na aprendizagem. Esse jogo tem como objetivos: a) reconhecer as diferentes formas de representar uma função, escrita; numérica; b) reconhecer qual a lei que relaciona as variáveis; c) ler e interpretar tabelas e gráficos e d) determinar o zero de uma função.

## Jogo Stop Funcional

Figura 7. Tabuleiro do Jogo Stop Funcional

Rodada	Coefficiente Angular	Coefficiente Linear	Crescente / Decrescente	Função	F (2)	F (0)	F (-1)	F (-2)	F(x)=0	Total
1ª										
2ª										
3ª										
4ª										
5ª										
6ª										
7ª										

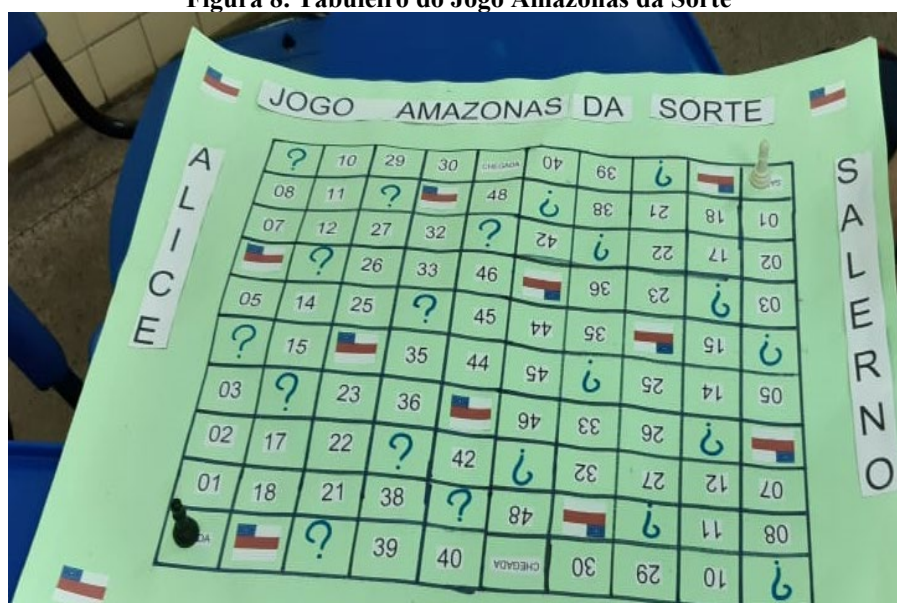
Fonte: Arquivo pessoal do pesquisador

Esse jogo classifica-se como um 'jogo de aprofundamento', pois será aplicado após o professor ter trabalhado com os alunos o conceito de função e alguns de seus elementos. Na aplicação desse jogo, o aluno tem a oportunidade de aprofundamento no conhecimento sobre funções, visando contribuir para a fixação da aprendizagem.

Baseando-se na estrutura do jogo clássico Stop, os jogadores já com as informações necessária sobre funções, irão preencher as informações sobre as mesmas referentes a alguns números sorteados entre os participantes a cada rodada.

## Jogo Amazonas dá Sorte Funções

Figura 8. Tabuleiro do Jogo Amazonas dá Sorte

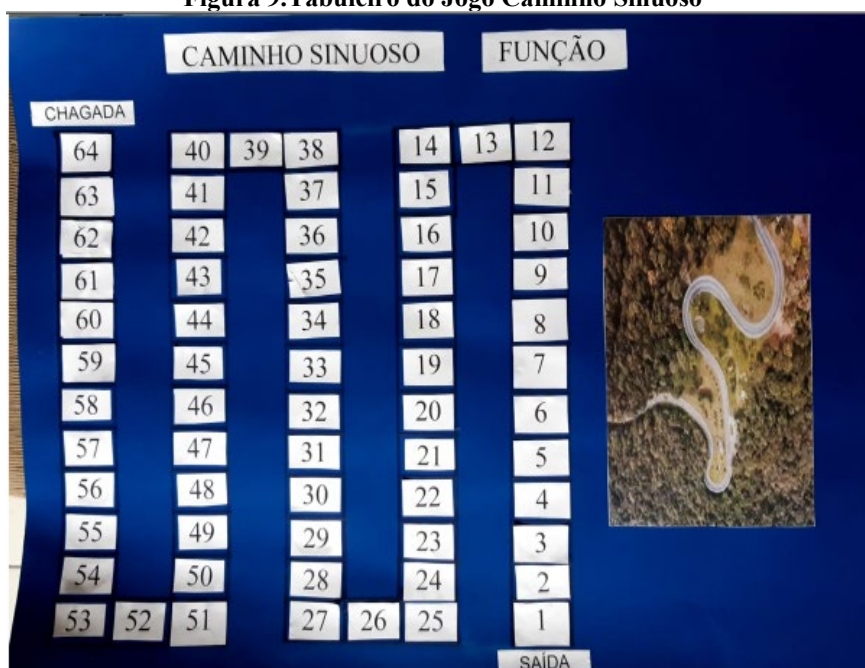


Fonte: Arquivo pessoal do pesquisador

Realizado em duplas, o Jogo Amazonas dá Sorte tem como objetivo levar os alunos a resolver problemas relacionados com funções. É representado por uma trilha onde cada equipe tem a sua saída e a sua chegada. Cada jogador lança o dado e anda o número de casas correspondentes. Toda vez que parar em cima da casa com a interrogação, o jogador pega uma pergunta e responde; se estiver correta pode avançar duas casas e se errar permanece no mesmo local. Quando parar na casa que possui a bandeira do Amazonas da sorte poderá avançar três casas. Vencerá o jogo quem terminar primeiro a trilha.

### Jogo Caminho Sinuoso Função

Figura 9. Tabuleiro do Jogo Caminho Sinuoso



Fonte: Arquivo pessoal do pesquisador

Caminho Sinuoso é um jogo composto por trilha um pouco diferente das trilhas tradicionais e tem como objetivos verificar se os gráficos representam funções e reconhecer o domínio e a imagem das funções e analisar as funções crescentes e decrescentes representadas por gráficos. O jogo apresentará três cores de cartelas: Azul, amarela e vermelha, as quais apresentarão questões envolvendo assuntos variados sobre funções. Na cartela azul, se fizer a questão corretamente poderá avançar duas casas e se errar tem que voltar três casas. Na cartela amarela, se acertar a questão avançará três casas e se errar voltará duas casas. Na cartela vermelha, se acertar avançará quatro casas e se errar voltará duas casas.

Com embasamento nos estudos e nas pesquisas realizadas, foram feitas as construções dos vários tipos de jogos os quais constituem-se em ideias baseadas no conceito de máquina de função, no qual se utiliza a noção de entrada e saída de modo que sejam compreendidos os

diferentes conceitos envolvendo as funções. Na confecção dos jogos foram utilizados tanto a representação simbólica quanto a representação numérica. Em alguns jogos tivemos por objetivo que os alunos, por meio do debate em grupo, determinassem a função que estava sendo representada em determinada situação, enquanto em outros jogos os discentes deveriam determinar a saída da situação apresentada, desenvolvendo desta forma a construção de imagens conceituais, pois de acordo com os teóricos Tall e Vinner (1981) durante esses processos mentais de recordar e manipular um conceito, vários processos associados são trazidos ao jogo, conscientemente e inconscientemente afetando assim o significado e o uso.

Com a aplicação dos jogos verificamos que ocorreu uma evolução na imagem conceitual em relação ao conteúdo de função por parte dos discentes, as concepções que os alunos possuíam sobre o conceito de função, foram modificadas com este trabalho diferenciado, visando constituir uma aprendizagem significativa por meio da utilização de jogos matemáticos. Os jogos foram desenvolvidos para trabalhar os conceitos envolvidos no conteúdo de Função do 1º e do 2º grau. Os resultados obtidos através da realização desta pesquisa comprovam que, por intermédio de atividades práticas, e especialmente o uso de jogos matemáticos, pode-se alcançar resultados consistentes em relação à obtenção de conhecimentos por parte dos discentes, pois desta forma eles sentem-se motivados a adquirir novas aprendizagens a cada dia.

## **CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Considerando o referencial teórico, foi proposto o problema de pesquisa deste trabalho: os jogos como ferramentas facilitadoras no ensino de funções em uma escola pública de Manaus.

Embasado nos autores Tall, Vinner, Lara e Grandó, entre outros, concluímos que os jogos podem e devem ser usados como um dos recursos mediadores do processo de ensino e aprendizagem da Matemática. Sua utilização configura a possibilidade de substituição da metodologia tradicional que tem como instrumentos somente o uso de pincel, quadro e o livro-didático, por uma metodologia que torna a aprendizagem dos conteúdos matemáticos interessantes, dentre eles as funções, uma metodologia ativa na qual possamos motivar a aprendizagem do aluno de forma lúdica e tornar todo o processo muito mais dinâmico e atrativo. Para tentar resolver o problema de aprendizagem dos alunos de uma turma da 1ª série da Escola Estadual Prof.<sup>a</sup> Alice Salerno Gomes de Lima, utilizamos inicialmente a máquina de função

para introduzir uma representação visual para o conceito de função tornando a aprendizagem mais consistente, pois ela opera como um processo de entrada e saída, onde para cada elemento da entrada há uma única saída para ser relacionada. Para isto, adaptamos uma série de jogos para o ensino de matemática, os quais levam os educandos a refletir sobre os diferentes conceitos acerca do conteúdo de Função.

Sabemos que são grandes as dificuldades encontradas por professores e alunos no processo de ensino aprendizagem da Matemática. Assim sendo, um bom caminho para superar estes obstáculos é através da utilização de material lúdico. Contudo, o professor deve empenhar-se em avaliar constantemente o grau de interesse do aluno por cada jogo, ficando alerta para verificar se o jogo levará ou não ao progresso do raciocínio e da cooperação.

Verificamos por intermédio da realização da pesquisa, que em relação ao conteúdo de Função vários são os aspectos trabalhados, tais como o gráfico e a fórmula, porém nem todos são compreendidos. A essência de Função assim como algumas das ideias envolvidas são frequentemente negligenciadas. Os estudantes não são capazes de atentar para a relação que existe entre o gráfico e o processo funcional implícito. Isto é decorrente da não conciliação dos protótipos mentais que os estudantes possuem com as representações gráficas de função. Conseqüentemente, os estudantes entendem o gráfico da função como um objeto estático não tendo relação com o aprendizado.

Analisando os resultados alcançados no pré-teste e no pós-teste, verificamos que muitos aspectos relevantes para nossa pesquisa obtiveram resultados satisfatórios. Foi verificado a evolução conceitual em relação ao conteúdo de Função por parte dos estudantes.

Fazendo uso de jogos matemáticos, os alunos de uma turma da 1ª série da Escola Estadual Prof.<sup>a</sup>. Alice Salerno Gomes de Lima conseguiram estabelecer uma imagem conceitual, visualizando uma função como uma máquina de entrada e saída.

Percebemos que por meio das atividades que foram realizadas houve uma evolução nas imagens conceituais que os alunos da Estadual Prof.<sup>a</sup>. Alice Salerno Gomes de Lima dispunham em relação ao conteúdo de função, gráficos, expressões e diagramas que foram discutidas e analisadas, fazendo com que imagens como a de que “função somente é representada por gráficos e por linhas retas”, fossem modificadas.

## REFERÊNCIAS

AKKOÇ, H.; TALL, D. **A Mismatch between Curriculum Design and Student Learning: The Case of the Function Concept.** To be presented at the British Colloquium of Mathematics Education, Warwick. 2005.

- ALMEIDA, P. N. **Dinâmica Lúdica: Jogos Pedagógicos**. São Paulo: Loyola, 1984.
- ANDRETTA, M.; GRASSESCHI, M.; SILVA, A. **PROMAT: Projeto oficina de matemática – 8ª série**. São Paulo: FTD, 2002.
- ALVES, Eva Maria Siqueira. **A ludicidade e o ensino da matemática: uma prática possível**. Campinas, SP: Papirus, 2001.
- BAKAR, M. N.; TALL, D. **Students' Mental Prototypes for Functions and Graphs**. Int. J. Math Ed Sci&Techn, 1991.
- BARROS. M. &PALHARES. P. **Emergência da Matemática no Jardim-de-Infância**. Porto: Porto Editora Ltda. 1997.
- BORIN, J. **Jogos e resolução de problemas: uma estratégia para as aulas de matemática**. São Paulo: IME – USP. 1996
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília, 1997.
- BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1997.
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio**. Brasília, 1999.
- BRASIL, Secretaria da Educação Média e Tecnológica. **PCNEM: Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio**. Brasília: MEC, 2002.
- BRASIL, Secretaria da educação Básica. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias**. Brasília, MEC, 2006.
- CARVALHO, P. C. P. Um problema “doméstico”. **Revista do Professor de Matemática (RPM)**, Rio de Janeiro, n. 32, SBM, p.1-9, 1996.
- DEMO, Pedro. **Educar pela pesquisa**. São Paulo: Autores Associados, 2002.
- FRANÇA, Â. A. R. **Brincando e aprendendo Matemática com materiais concretos, na 1ª série do Ensino Médio no Colégio Estadual Carlos Gomes**. 2012. 60 f. (Produção didático-pedagógica) – Programa de Desenvolvimento Educacional da Secretaria de Estado da Educação do Paraná, Universidade Estadual do Norte do Paraná, Jacarezinho, 2012.
- FREIRE, P. **Pedagogia da autonomia**. São Paulo: Paz e Terra, 1996.
- FIORENTINI, D.; MIORIM, M. Â. **Uma reflexão sobre o uso de materiais concretos e jogos no Ensino da Matemática**. Boletim SBEM – SP, Ano 4, nº 7, 1990.

FLEMMING, Diva Marília; COLLAÇO DE MELLO, A. Cláudia. **Criatividade Jogos Didáticos**. São José: Saint-Germain, 2003.

FLEMMING, D. M., LUZ, E. F., Mello, A.C.C. **Tendências em educação matemática** - 2. ed. - Palhoça: Unisul Virtual, 2005.

GOLBERT, C. S.; **Novos rumos na aprendizagem de matemática**. Porto Alegre: Mediação, 119. 2002.

GOLDENBERG, M. **A arte de pesquisar: como fazer pesquisa qualitativa em Ciências Sociais**. 8ª ed. – Rio de Janeiro: Record, 2004.

GRANDO, R. C. **O conhecimento matemático e o uso de jogos na sala de aula**. Tese de Doutorado. Campinas, SP. Faculdade de Educação, UNICAMP, 2000.

GRANDO, R. Célia. **O jogo [e] suas possibilidades metodológicas no processo ensino-aprendizagem da matemática**. 1995. 175f. Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, Campinas, SP. Disponível em: <http://www.repositorio.unicamp.br/handle/REPOSIP/253786>>. Acesso em: 19 jul. 2018.

GROSSI, E. P.; **Novo jeito de ensinar Matemática: começando pela divisão**. Brasília: Centro de Documentação e Informação, 2000.

HUIZINGA, J. **Homo Ludens: o jogo como elemento de cultura** – 1938. Tradução de J. P. Monteiro. São Paulo, Perspectiva, 1971.

HUIZINGA, J. **Homo, Ludens**. Editora Perspectiva S.A. São Paulo: 1999.

IEZZI, G.; DOLCE, O.; DEGENSZAJN, D. e PÉRIGO, R. **Matemática: volume único – 2º grau**. São Paulo: Atual, 1997.

IEZZI, G.; MURAKAMI, C.; **Fundamentos de Matemática Elementar** – 8ª ed - São Paulo: Ed. Saraiva, 2004.

KAMII, C.; DEVRIES, R. **Jogos em grupo na educação infantil: Implicações da Teoria de Piaget**. Tradução Marina Célia Dias Carrasqueira. São Paulo: Trajetória Cultural, 1991.

KISHIMOTO, T. M. (org.). **Jogo, brinquedo, brincadeira e a Educação**. 2ª ed., S.P.: Cortez, 1997.

LARA, I. C. Machado de. **Jogando com a Matemática**. - 1ed – São Paulo: Rêspel, 2003.

LOPES, Maria da Glória. **Jogos na Educação: criar, fazer, jogar**. São Paulo: Cortez, 3ª ed. 2000.

MACEDO, L.; MACEDO, A. L. S. P.; PASSOS, N. C. **Aprender com jogos e situações-problema**. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 2000.

MARKOVITS, Z.; EYLON, B. S.; BRUCKHEIMER, M. **Dificuldades dos alunos com o conceito de função.** IN: COXFORD, A. F.; SHULTE, A. P. As ideias da álgebra, São Paulo: Atual, p. 49-69, 1995.

MENNA, B. M. **Matemática e Educação Sexual:** modelagem do fenômeno da absorção/eliminação de anticoncepcionais orais diários. Dissertação de Mestrado. PPG-Ensino de Matemática, UFRGS, Porto Alegre. 2008.

MOREIRA, M. A. **Teorias de aprendizagem.** São Paulo: EPU. SEDUC-RS. 1999.

NOGUEIRA, Cléia Maria I. Tendências em Educação Matemática escolar: das relações aluno-professor e o saber matemático. In: ANDRADE, Doherty; NOGUEIRA, Cléia Maria Ignatius. org. **Educação Matemática e as operações fundamentais.** Maringá: EDUEM, 2005.

OLIVEIRA, Sandra Alves de. **O lúdico como motivação nas aulas de Matemática.** Pedagoga e especialista em Matemática e Estatística, professora no Departamento de Educação de Guanambi, BA, Uneb. Endereço eletrônico: soliveira4@hotmail.com Artigo publicado na edição nº 377, jornal Mundo Jovem, junho de 2007, p. 5.

PONTE, J. P. **O conceito de função no currículo de Matemática.** Revista Educação e Matemática, APM, Portugal, n.15, p. 3-9, 1990.

RIZZO, G. **Jogos Inteligentes.** A Construção do raciocínio na Escola natural. RJ.: Bertrand Brasil, 1996.

SIERPINSKA, A. **On understanding the notion of function.** In: Dubinsky, E.; Harel, G. (Ed.). The concept of function: Elements of Pedagogy and Epistemology (Notes and Reports Series of the Mathematical Association of America, vol. 25). p. 25-58. 1992.

SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I.; PESSOA, N.; ISHIHARA, C. **Cadernos do Matemática: jogos de Matemática de 1º a 3º ano.** Porto Alegre: Artmed, 2008.

TALL, D.; VINNER, S. Concept image and concept definition in mathematics, with special reference to limits and continuity, Educational Studies in Mathematics, Dordrecht, vol. 3, n. 12, p. 151-169, 1981.

TALL, D. The Transition to Advanced Mathematical Thinking. **Grouws D. A.** (Ed). Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning, ed. New York: Macmillan, p. 495-511. 1992.

TALL, D. The Transition to Advanced Mathematical Thinking: Functions, Limits, Infinity, and Proof. **Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning.** New York: NCTM, 1992.

TALL, D.; MCGOWEN, M.; MAROIS, P. The Function Machine as a Cognitive Root for building a rich concept image of the Function Concept. **Proceedings of PME-NA, 2000-a.**

TALL, D.; MCGOWEN, M.; MAROIS, P. **Using the Function Machine as a Cognitive Root.** Proceedings of PME-NA, 2000-b.

TALL, D.; DeMAROIS, P. Facets and Layers of the Function Concept. **Proceedings of PME** 20, Valencia, vol. 2, 297– 304. 1996.

TALL, D.; VINNER, S. Concept image and concept definition in mathematics, with special reference to limits and continuity, **Educational Studies in Mathematics**, Dordrecht, vol. 3, n. 12, p. 151-169, 1981.

TALL, D. The Transition to Advanced Mathematical Thinking. **Grouws D. A.** (Ed). Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning, ed. New York: Macmillan, p. 495-511. 1992.

VINNER, S. Conflicts between definitions and intuitions: the case of the tangent. In: CONFERENCE OF THE INTERNATIONAL GROUP FOR THE PSYCHOLOGY OF MATHEMATICS EDUCATION, 6, 1983, Antuérpia. **Proceedings...**Antuéria: AntwerpUniversity, p. 24-28, 1983.