

Ensino Aprendizagem voltado à resolução de problemas matemáticos

Enseñanza Aprendizaje orientado a la resolución de problemas matemáticos

Submetido em: 09/12/2021

Aprovado em: 11/12/2021

v. 1, n. 12 p. 01-11, dez. 2021

DOI: 10.51473/rcmos.v1i12.234

1

*Angela Aparecida Zampiva da Silva*¹
*Ivanise Nazaré Mendes*²

Resumo

Este artigo visa investigar, através da resolução de problemas, como está o ensino aprendizagem da educação matemática no cotidiano. Observando o cenário atual, muito se tem discutido a importância de buscar meios que motivem os alunos nesta disciplina. Também enfoca a importância da aplicação da metodologia no ensino da Matemática, abordando a resolução de problemas matemáticos que agucem a curiosidade do aluno, e quais estratégias e métodos podem utilizar quando estão diante de situações problemas realmente desafiadores. Esta análise será baseada no pensamento de vários autores e pesquisadores matemáticos.

Palavras-chave: Aprendizagem; matemática; resolução de problemas.

Resúmen

Este artículo tiene como objetivo investigar con la resolución de problemas, como es el aprender de la educación matemática en la diaria. Observando el actual escenario, mucho se ha debatido la importancia de buscar maneras que motiven a los alumnos en esta disciplina. También enfoca la importancia del uso de la metodología en la educación de la matemática, acercando a la resolución de los problemas matemáticos que afilan la curiosidad del alumno, cuales las estrategias y los métodos puedan utilizar cuando están de frente a situaciones y problemas realmente desafiadores. Este análisis de datos será basado en el pensamiento de varios autores e investigadores matemáticos.

Palabras-clave: Aprender; Matemática; Resolución de problemas.

¹ Mestre em Ciências da Educação pela Universidad San Carlos, e-mail: angela_aajr@hotmail.com

² Doutora de Ciências de Educação pela Univerisadad Tecnológica Intercontinental - UTIC, e- mail: ivanisemendes@hotmail.com

1. Introdução

Segundo os PCN - Parâmetros Curriculares Nacionais (2001), um dos objetivos da Matemática no ensino fundamental é: “resolver situações-problema, sabendo validar estratégias e resultados, desenvolvendo formas de raciocínio e processos, como dedução, indução, intuição, analogia, estimativa, e utilizando conceitos e procedimentos matemáticos, bem como instrumentos tecnológicos disponíveis.” Diante desse exposto, iniciamos uma argumentação para saber o porquê da dificuldade na aprendizagem da matemática, voltada para a resolução de problemas.

A metodologia de resolução de problemas, visa tirar o aluno de sua tradicional postura passiva da sala de aula, para uma postura ativa, com isso busca-se desconstruir a noção de que a matemática é algo pronto e acabado. A motivação em resolver problemas permite um processo de investigação que delinea novas propriedades matemáticas. Assim, na busca pela solução do problema, novas situações se apresentam, que instigam curiosidade matemática. Esse processo de ensino-aprendizagem da Matemática na resolução de problemas não privilegia somente o raciocínio individual, mas instiga habilidades na construção do conhecimento e provoca empatia nos alunos em sala de aula.

Somos sabedores que, a resolução de problemas matemáticos é uma das barreiras a ser enfrentada, muitos alunos têm dificuldade em identificar a operação a ser utilizada, interpretar, entender o que se deve calcular. Assim podemos dizer que a dificuldade em resolver problemas matemáticos não é uma dificuldade da disciplina de matemática e, sim, uma dificuldade interdisciplinar. São vários os fatores que levam o aluno a ter dificuldade em interpretar textos ou problemas, o principal deles que podemos destacar é a falta do hábito da leitura.

Em contrapartida, ensinar para o professor, não é somente transmitir, transferir conhecimentos de uma cabeça para a outra, é fazer pensar, é estimular o aluno para a identificação e resolução de problemas, ajudando-o criar hábitos de pensamento, para isso dedicam-se e concentram a sua atenção em alavancar e fortalecer a sua prática docente, buscando muitas vezes se espelhar nos pensadores e estudiosos matemáticos.

2. Referencial teórico

2.1. Os desafios encontrados na aprendizagem

Muitos desafios estão presentes no processo de ensino-aprendizagem de resolução de problemas matemáticos, entretanto precisamos estabelecer uma convivência de respeito e troca de experiências entre professor e aluno, para isso é necessário que, o aluno compreenda a utilidade aplicativa da matéria no cotidiano, entendendo que problemas matemáticos, estão ligados diariamente na nossa vida, convivemos com eles, portanto estão ligados ao mundo que nos rodeia. Porém, as dificuldades encontradas por alunos e professores no processo ensino-aprendizagem de matemática são muitas e conhecidas. Por um lado, o aluno não consegue entender a matemática que a escola ensina, e é muitas vezes reprovado nesta disciplina, ou então, mesmo que aprovado, sente dificuldade em utilizar o conhecimento adquirido, em síntese, não consegue efetivamente ter acesso a esse saber de fundamental importância.

O professor, por outro lado, consciente de que não consegue alcançar resultados satisfatórios junto a seus alunos e tendo dificuldades de, por si só, repensar satisfatoriamente seu fazer pedagógico procura novos elementos muitas vezes, meras receitas de como ensinar determinados conteúdos que, acredita, possam melhorar este quadro.

Segundo Freire, em seu livro: *Pedagogia da Autonomia* (1996, p.96).

O bom professor é o que consegue, enquanto fala trazer o aluno até a intimidade do movimento do pensamento. Sua aula é assim um desafio e não uma cantiga de ninar. Seus alunos cansam e não dormem. “Cansam porque acompanham as idas e vindas de seu pensamento, surpreendem suas pausas, suas dúvidas, suas incertezas.”

Mas, no fim, o problema é sempre o mesmo: interessar o aluno provocá-lo para a investigação, dar-lhe sem cessar o sentimento de que ele descobre por si próprio o que lhe é ensinado. Sendo assim, o professor não deve forçar a conclusão, deve deixá-la formar-se espontaneamente na cabeça do aluno, é necessário deixá-lo raciocinar, exprimir livremente os seus pensamentos, só assim poderá provocar novas aprendizagens matemáticas. Não é possível, no ato pedagógico, estar com o aluno, sem que ele esteja conosco.

Os alunos, ao colocarem em comum os seus processos intelectuais, ao aprenderem com o seu próprio raciocínio e com os dos outros, incorporam novas formas de pensar e de integrar a informação. Estas atitudes realçam o papel social e humano da Matemática na escola. Deste modo, o professor deve conduzir o aluno à problematização, e nunca à absorção passiva das

ideias e informações transmitidas. Além disso, para ser um bom comunicador, o professor deve gerar empatia, deve tentar colocar-se no lugar do aluno para poder entender suas dúvidas. O professor precisa ser alguém que provoca diálogos, que os reforça e que harmoniza as propostas de solução, tendo como pressuposto os saberes científicos.

Não se pode, pois, entender o processo de ensino-aprendizagem sem compreender o processo de comunicação. Deste modo, o professor deve tentar eliminar quaisquer interferências nas suas mensagens, devendo para isso minimizar os ruídos no sentido de obter uma boa sintonização por parte dos alunos. É necessário ter sempre em conta que determinados conceitos, tornados evidentes para o professor, nem sempre são claros para os alunos, nem todos os alunos têm as mesmas capacidades de entender um dado conceito. Este fato tem origem em múltiplos fatores, entre os quais se podem apontar o nível etário e a proveniência intelectual e social dos alunos, se os alunos não tiverem capacidades para a compreensão dos trabalhos propostos apresentado, então a aprendizagem será nula, sem efeito algum.

Uma das mais importantes implicações da teoria de Piaget³³ é que a aprendizagem mais eficiente ocorre quando o professor combina a complexidade da matéria com o desenvolvimento cognitivo dos educandos, tendo em mente que nem todos os alunos de uma turma estão no mesmo ponto de desenvolvimento intelectual.

Os professores deviam reconhecer que, para muitos alunos, a aprendizagem da Matemática envolve grande ansiedade e medo de fracassar, em vez de desprezar a ansiedade relacionada com a Matemática como algo sem fundamento, os professores deviam garantir aos alunos que compreendessem o problema e que trabalharão com eles no sentido de ultrapassarem essa barreira. Para ser eficiente, o professor deve determinar o nível de desenvolvimento dos seus alunos, utilizar estratégia conducente à melhor e mais fácil aprendizagem por parte destes, e ajudá-los a aprender consoante as suas capacidades.

Segundo Gagné⁴, o sucesso num tipo de aprendizagem depende dos pré-requisitos desse conhecimento e que são tipos mais simples de aprendizagem. Deste modo, para resolver certos problemas, o aluno deve aprender associações ou fatos específicos e diferenciá-los, em seguida deve aprender conceitos que começam por ser gerais até se tornarem específicos. Só depois o aluno atinge o conhecimento de certos princípios que lhe permitirão resolver os problemas

³ PIAGET, Jean. **Seis estudos de psicologia**. Rio de Janeiro: Ed. Forense, 1969.

⁴ GAGNÉ, R. **como se realiza a aprendizagem**. Rio de Janeiro: Ao Livro Técnico, 1971.

iniciais. Trata-se assim, de um processo bastante lógico que começa no geral e acaba no particular, iniciando-se no simples e terminando no complexo.

2.2. Ligando matemática a resolução de problemas

A matemática é a ciência dos números e dos cálculos. Desde a antiguidade, o homem utiliza a matemática para facilitar a vida e organizar a sociedade. A matemática foi usada pelos egípcios nas construções de pirâmides, diques, canais de irrigação e estudos de astronomia. Os gregos antigos também desenvolveram vários conceitos matemáticos. Atualmente, essa ciência está presente em várias áreas da sociedade como, por exemplo, arquitetura, informática, medicina, física, química etc. Podemos dizer que em tudo que olhamos existe a matemática.

Desta forma, este saber não é uma ciência cristalizada e imóvel; ela está afetada por uma contínua expansão e revisão dos seus próprios conceitos. Não se deve apresentar a Matemática como uma disciplina fechada, monolítica, abstrata ou desligada da realidade. Ao longo dos tempos, esteve ligada a diferentes áreas do conhecimento, respondendo a muitas questões e a necessidades do homem, ajudando-o a intervir no mundo que o rodeava. Neste contexto, é oportuno realçar o pensamento de Bento de Jesus Caraça:

"A Matemática é geralmente considerada uma ciência à parte, desligada da realidade, vivendo na penumbra do gabinete, um gabinete fechado onde não entram os ruídos do mundo exterior, nem o sol nem os clamores dos homens. Isto só em parte é verdadeiro. Sem dúvida, a Matemática possui os seus problemas próprios, que não têm ligação imediata com os problemas da vida social. Mas não há dúvida também de que os seus fundamentos mergulham, tal como os de outro qualquer ramo da Ciência, na realidade; uns e outros se entroncam na mesma madre." (CARAÇA, 1975, p. XIV).

Isto posto podemos afirmar que a matemática é, essencialmente, uma atividade criativa. A formulação e a resolução de problemas constituem os elementos fundamentais da atividade matemática, sem resolver e sem formular problemas não se faz Matemática, e é isso que lhe confere esse caráter criativo. Por outro lado, fruto do desenvolvimento interno e autônomo da Matemática ou suscitados por necessidades e exigências que lhe são exteriores, esses problemas, e a sua formulação e resolução, constituem a contribuição mais importante da Matemática nas suas relações com as diversas ciências e outras atividades humanas. Além disso, ao nível do ensino da Matemática, considera-se que situações de caráter problemático favorecem a criação de ambientes de aprendizagem ricos e estimulantes. Em particular, a resolução de problemas deve ser vista como fundamental, e não como algo que se faz, eventualmente, no final de alguns capítulos como aplicação dos assuntos matemáticos que até

então foram aprendidos. A Matemática é, por assim dizer, essencialmente um processo de pensamento que implica a formação e aplicação de redes de ideias abstratas e associadas logicamente. Estas ideias surgem muitas vezes da necessidade de resolver problemas em ciência, na tecnologia e na vida cotidiana.

2.3. Problemas matemáticos segundo pensadores e pesquisadores.

Problemas Matemáticos: é o meio pelo qual a matemática se desenvolve, é toda situação que exija a maneira matemática de pensar e conhecimentos matemáticos para solucioná-los.

Vários pensadores e pesquisadores estudaram ou têm estudado e pesquisado a respeito da atividade de resolver problemas. Aqui vamos nos ater a contribuição de Descartes, Dante e Polya trouxeram na aprendizagem da resolução de problemas.

2.4. Contribuições de Descartes

As ideias da heurística de resolução de problemas vêm com filósofo e matemático francês René du Perron Descartes (1596 - 1650), a contribuição de Descartes são suas ideias sobre pensamento produtivo que tinham um papel importante no seu ambicioso projeto de construção de um método geral de resolução de problemas, ele procurava expor em detalhes como, segundo seu método, seria possível resolver qualquer problema. Em resumo, Descartes vê o processo de resolução de problemas em três fases:

- 1- Reduzir todo problema algébrico a um problema contendo apenas equações;
- 2- Reduzir todo problema matemático a um problema algébrico;
- 3- Reduzir qualquer problema a um problema matemático.

Podemos notar que Descartes objetiva reduzir todo problema que existe no mundo a um problema matemático, mais que isso, a ideia de Descartes era completar o projeto de resolver problemas e ainda usufruir de seus benefícios.

No entanto, Descartes apresenta algumas ideias de valor e relevância relacionadas ao ensino e que podem ser aplicadas a resolução de problemas como, por exemplo: propõe uma heurística para resolução de problemas matemáticos composta pelos seguintes passos:

- Desenhe uma figura;
- Identifique claramente o que você quer encontrar;

- Atribua nomes e valores e cada uma das medidas e quantidades conhecidas e desconhecidas;
- Escreva todas as relações entre os elementos de uma forma simbólica;
- Aplique várias técnicas sobre essas relações até que você consiga solucionar a equação.

Essa heurística é bastante específica para todos os tipos de problemas matemáticos e pode ser utilizada e adaptada para resolver qualquer problema.

2.5. Contribuições de Polya

Segundo George Polya⁵ “Resolver problemas é uma habilidade prática, como nadar, esquiar ou tocar piano: você pode aprendê-la por meio de imitação e prática. (...) se você quer aprender a nadar você tem de ir à água e se você quer se tornar um bom ‘resolvedor de problemas’, tem que resolver problemas”.

George Polya (1897–1985) foi um dos matemáticos mais importantes do século XX. Nascido na Hungria, ele passou a maior parte do seu tempo pesquisando na universidade de Stanford nos Estados Unidos devido à situação política da Europa na época da Segunda Guerra Mundial. Pesquisou em vários ramos da matemática, como probabilidade e equações diferenciais parciais; sua maior contribuição, no entanto, está relacionada à heurística de resolução de problemas matemáticos com várias publicações relacionadas ao assunto. Polya é um dos matemáticos do nosso século que considera a Matemática uma “ciência observacional” na qual a observação e a analogia desempenham um papel fundamental; afirma também a semelhança do processo criativo na Matemática e nas ciências naturais.

Polya foi o primeiro matemático a apresentar uma heurística (está palavra tem a mesma origem etimológica de “eureka”, a célebre palavra grega esbravejada por Arquimedes ao descobrir a solução para o problema do roubo de ouro da coroa do rei. Heurística é a arte do descobrimento, cujo termo foi popularizado pelo matemático húngaro George Polya) de resolução de problemas específica para a matemática. Por isso, Polya representa uma referência no assunto, uma vez que suas ideias representam uma grande inovação em relação às ideias de resolução de problemas existentes até então. Muitas de suas ideias são razoáveis até os dias atuais, servindo de alicerce para trabalhos de outros pesquisadores contemporâneos a Polya.

⁵ POLYA, J. **A arte de resolver problemas**. Rio de Janeiro: Interciências, 1995.

Procurando organizar um pouco o processo de resolução de problemas, Polya⁶ o dividiu em quatro etapas. É importante ressaltar que Polya nunca pretendeu que a sua divisão correspondesse a uma sequência de etapas a serem percorridas uma depois da outra sem que nunca seja conveniente ou necessário voltar atrás ou que a sua divisão funcionasse como uma poção mágica para resolver problemas matemáticos.

As quatro etapas de resolução de problemas segundo Polya são: 1ª etapa: Compreensão do problema

O primeiro passo é entender o problema. É importante fazer perguntas. Qual é a incógnita? Quais são os dados? Quais são as condições? É possível satisfazer as condições? Elas são suficientes ou não para determinar a incógnita? Existem condições redundantes ou contraditórias? Construir figuras para esquematizar a situação proposta no exercício pode ser muito útil, sobretudo introduzindo-se notação adequada. Sempre que possível, procurar separar as condições em partes.

2ª etapa: Construção de uma estratégia de resolução

Encontrar conexões entre os dados e a incógnita. Talvez seja conveniente considerar problemas auxiliares ou particulares caso uma conexão não seja encontrada em tempo razoável. É importante fazer perguntas. Você já encontrou este problema ou um parecido? Você conhece um problema semelhante? Você conhece teoremas ou fórmulas que possam ajudar? Olhe para a incógnita e tente achar um problema familiar e que tenha uma incógnita semelhante.

3ª etapa: Executando a estratégia

Frequentemente, esta é a etapa mais fácil do processo de resolução de um problema. Contudo, a maioria dos principiantes tende a pular esta etapa prematuramente e acabam se dando mal. Outros elaboram estratégias inadequadas e acabam se enredando terrivelmente na execução (e, deste modo, acabam sendo obrigados a voltar para a etapa anterior e elaborar uma nova estratégia).

4ª etapa: Revisando a solução

Você deve examinar a solução obtida, verificando os resultados e os argumentos utilizados. Você pode obter a solução de algum outro modo? Qual a essência do problema e do método de resolução aplicado? Em particular, você consegue usar o resultado – ou o método – em algum outro problema? Qual a utilidade deste resultado? A revisão da solução é a etapa

⁶ POLYA, J. **A arte de resolver problemas**. Rio de Janeiro: Interciências, 1995.

mais importante segundo Polya⁵, pois esta etapa propicia uma depuração e uma abstração da solução do problema.

2.6. Contribuições de Dante

Conforme Dante (2000), podemos classificar os problemas de vários tipos:

- Problemas de Reconhecimento: seu objetivo é fazer com que o aluno lembre ou identifique um conceito, uma definição, uma propriedade etc.
- Problemas de Algoritmos: São aqueles que podem ser resolvidos passo a passo.
- Problemas Padrão: O objetivo é recordar os fatos básicos através dos algoritmos das quatro operações fundamentais, geralmente são desafiadores.
- Problemas de Aplicação: São aqueles que retratam situações reais do dia a dia e que exigem o uso da matemática para serem resolvidos.
- Problemas de Quebra-cabeça: São problemas que desafiam grande parte dos alunos.

A solução depende, quase sempre, da sorte ou da facilidade de perceber alguns truques, que é a chave da solução. Um problema é mais valioso à medida que quem está se propondo a encontrar uma solução ao problema tenha interesse de inventar estratégias e criar ideias.

Segundo Dante⁷, no processo de resolução de problemas, alguns cuidados precisam ser tomados pelo professor, a fim de que o aluno não se desestime diante dos obstáculos.

- Mostrar que há problemas que não podem ser resolvidos pela simples aplicação de algoritmos, fórmulas ou outros procedimentos mecânicos;
- Mostrar que existem problemas que podem ser resolvidos de várias maneiras diferentes;
- Explicar que muitos problemas admitem mais de uma resposta;
- Explicar que existem problemas com excesso ou ausência de dados;
- Explorar as diferentes formas de representar um problema, ou seja, através de desenhos, tabelas e gráficos.

A partir das citações das contribuições dos pensadores, entendemos que existe um problema quando há um objetivo a ser alcançado e não sabemos como atingir esse objetivo. Assim podemos dizer que existe um problema quando há um resultado, conhecido ou não.

⁷ DANTE, L. R. **A didática da resolução de problemas de matemática**. São Paulo: Ática, 2000.

Todos os pensadores citados têm como prioridade a construção do conhecimento pelo fazer e pensar.

Considerações finais

A resolução de problemas tem um papel, extremamente importante no ensino em todos os níveis de conhecimento, podemos utilizá-la como estratégia metodológica, para isso vale ressaltar o interesse do professor em adotar, estar aberto em realizar novas experiências e descobertas, como recompensa dessa aquisição de conhecimento, contribuimos na vida escolar do aluno despertando nele o raciocínio lógico, o fazer pensar, ousar e criar, isso faz toda a diferença no perfil do educador.

Portanto, os métodos dos pesquisadores citados neste artigo, buscam contribuir na aprendizagem, ou seja, preparar o aluno para enfrentar situações novas, instigar o espírito investigativo e tornar as aulas de Matemática mais interessantes e desafiadoras.

Referências

CARAÇA, J. B. **Conceitos fundamentais da Matemática**. v. I, II, III. Lisboa: Sá da Costa, 1970.

DANTE, L. R. **A didática da resolução de problemas de matemática**. São Paulo: Ática, 2000.

FREIRE, P. **Pedagogia da Autonomia - Saberes Necessários à Prática Educativa**. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1996.

GAGNÉ, R. **Como se realiza a aprendizagem**. Rio de Janeiro: Ao Livro Técnico, 1971.

PCN, **Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática**/Ministério da Educação. Secretaria da Educação Fundamental. – 3. ed. Brasília: A Secretaria, 2001.

PIAGET, Jean. **Seis estudos de psicologia**. Rio de Janeiro: Ed. Forense, 1969.

FERREIRA, Aurélio Buarque de Holanda. **Novo Aurélio – O dicionário da língua portuguesa**. Rio de Janeiro, Nova Fronteira, 2000.

POLYA, J. **A arte de resolver problemas**. Rio de Janeiro: Interciências, 1995.

SILVEIRA, J. F. P. **O que é um problema matemático?** Disponível em: <http://athena.mat.ufrgs.br/~portosil/resu1.html>. Acesso: dez. 2021.