RCMOS – Revista Científica Multidisciplinar O Saber.
ISSN: 2675-9128. São Paulo-SP.
Ano V, v.1, n.1, jan/julho 2025. | submissão: 30/12/2025 | aceito: 01/01/2025 | publicação:03/01/2025

O IMPACTO DO MÉTODO DE RESOLUÇÃO DAS EQUAÇÕES DE TERCEIRO GRAU NA HISTÓRIA DA ÁLGEBRA

THE IMPACT OF THE METHOD FOR SOLVING THIRD-DEGREE EQUATIONS ON THE HISTORY OF ALGEBRA

Renan Padovani Metzker – Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho"

RESUMO
O objetivo desse artigo é estudar o desenvolvimento dos métodos de resolução das equações do terceiro grau desde os povos da Antiguidade até o descobrimento do método algébrico de resolução que se consolidou no período do Renascimento. Cada tentativa de resolução foi essencial, pois possibilitou avanços no desenvolvimento da Álgebra. Além disso, serão abordadas as consequências e as novas descobertas que o tal método trouxe para a história da matemática, tais como o surgimento dos números complexos e o desenvolvimento da Teoria de Galois. Por fim, esse estudo discutirá a viabilidade de aplicação do método no ensino médio avaliando suas potencialidades e limitações pedagógicas.
Palavras-chave: Equação do terceiro grau. Matemáticos renascentistas. História da álgebra

ABSTRACT
The objective of this article is to study the development of methods for solving third-degree equations, from ancient civilizations to the discovery of the algebraic resolution method consolidated during the Renaissance period. Each attempt at resolution was essential, as it enabled advancements in the development of Algebra. Additionally, this study will address the consequences and new discoveries brought by this method to the history of mathematics, such as the emergence of complex numbers and the development of Galois Theory. Finally, this study will discuss the feasibility of applying this method in high school education, evaluating its potential and pedagogical limitations.
Keywords: third-degree equation. Renaissance mathematicians. Historical algebra

1. INTRODUÇÃO

Quando um aluno aprende a resolver uma equação do segundo grau utilizando a fórmula quadrática, há um questionamento se existem fórmulas para se resolver equações de graus superiores. Esse questionamento remonta a séculos de desenvolvimento matemático e serve como porta de entrada para conectar a álgebra elementar com sua evolução histórica.

Nos livros didáticos do Ensino Médio, o tema equações algébricas de grau "n" é abordado principalmente no estudo das equações polinomiais de uma variável com base no "Teorema Fundamental da Álgebra". Entretanto, tal abordagem é insuficiente ao deixar lacunas significativas sobre a resolução de equações algébricas e pode desmotivar alunos curiosos a encontrar conexões entre a Álgebra elementar com os avanços históricos e teóricos da Matemática.

Ao se deparar com uma equação de terceiro grau, por exemplo, o aluno irá questionar se há uma fórmula para resolvê-la. O estudo sobre resolução de equações do terceiro grau, além de um rico conteúdo matemático a ser explorado, possui grande importância histórica, pois se desenvolveu em uma época em que o conhecimento e pesquisa estavam no ápice, incluindo disputas intelectuais, que geraram importantes descobertas no campo da Álgebra. Além disso, há a presença de personalidades importantes envolvidas nesse processo, tais como Scipione del Ferro, Tartaglia e Girolamo Cardano.

Este artigo busca explorar essa história fascinante, bem como explicar os métodos desenvolvidos, suas implicações históricas e as consequências desse fato para o desenvolvimento da Álgebra moderna.

2. CONTEXTUALIZAÇÃO HISTÓRICA

Desde a Antiguidade, a arte de resolver equações esteve presente no desenvolvimento da Matemática. O início da resolução de equações do terceiro grau se deu com os babilônios,

que construíam tabelas de quadrados e cubos dos números para auxiliar na resolução de uma equação de terceiro grau.

Os problemas geométricos relacionados a volume de sólidos desafiaram os matemáticos gregos a resolverem equações desconhecidas na época. O principal problema que contribuiu para o desenvolvimento de equações de terceiro grau na Antiguidade, tanto para os gregos como para os egípcios, foi a duplicação de um cubo, cujo desafio era obter um cubo com o dobro do volume a partir de um cubo existente.

Os matemáticos árabes herdaram um vasto conhecimento matemático dos gregos e contribuíram para o estudo de resolução de equações. Nesse período, destacou-se o matemático Omar Khayyam, que iniciou um estudo para determinar a solução de uma equação de terceiro grau geometricamente, através da intersecção de seções cônicas, já que considerava impossível resolvê-la por meio de um método algébrico. Esse argumento motivou os matemáticos a explorar novas abordagens para resolver tais problemas.

Na Idade Média, o famoso matemático Leonardo Fibonacci trabalhou indiretamente na resolução de equações algébricas, incluindo as equações de terceiro grau, com uma abordagem envolvendo métodos práticos e geométricos, tais como encontrar a solução com régua e compasso. Tais métodos eram frequentemente aplicados a problemas comerciais e financeiros. Fibonacci explorou a soluções aplicadas e práticas encontrando soluções aproximadas para as equações, e suas ideias, de certa forma, coincidem com o pensamento de Omar Khayyam que alegava a impossibilidade encontrar a solução de uma equação do terceiro grau por métodos algébricos. Embora Khayyam tenha considerado impossível uma solução algébrica, suas ideias geométricas pavimentaram o caminho para abordagens que seriam retomadas por matemáticos europeus séculos depois.

No Renascimento, houve a retomada do estudo da matemática clássica, atrelada ao desejo de resolver problemas práticos. Nesse período, as equações do terceiro grau receberam uma notória atenção, com o protagonismo de três matemáticos italianos: Scipione del Ferro, Tartaglia e Cardano. Cada um deles fez contribuições significativas para a solução de equações do terceiro grau em meio a disputas, brigas e traições, as quais deixaram um legado importante na história da matemática, impulsionando a Álgebra como disciplina. Esses matemáticos travaram verdadeiras batalhas acadêmicas para encontrar soluções para um problema que intrigava a humanidade há séculos. No século XVI, o mundo conheceu o método de resolução de uma equação de terceiro grau através de Cardano com a publicação de sua obra *Ars Magna*, considerada um marco na história da Álgebra.

3. AS CONTRIBUIÇÕES DOS MATEMÁTICOS DO RENASCIMENTO PARA A RESOLUÇÃO DAS EQUAÇÕES DO TERCEIRO GRAU

Por séculos, encontrar uma solução sistemática para uma equação do terceiro grau parecia uma tarefa impossível. Essas equações apareciam frequentemente em problemas geométricos e financeiros, mas um método de resolução estava fora de alcance, o que intrigava os matemáticos. Nesse contexto, o professor italiano de Matemática Scipione del Ferro é considerado o pioneiro na resolução das equações de terceiro grau da forma , cujos coeficientes são números positivos. Ele descobriu um método algébrico, o qual resolvia tais equações, preferindo manter essa descoberta em sigilo, revelando-a somente para seus alunos, entre os quais se encontrava, Antônio Maria Fiore.

Niccolo Fontana, mais conhecido como Tartaglia, um matemático autodidata, revelou que também sabia resolver equações de terceiro grau. Fiore o desafiou para um duelo, uma prática comum na época em que sábios se confrontavam propondo problemas uns aos outros. Fiore propôs apenas equações da forma , pois confiava na forma de resolução ensinada por Del Ferro. No entanto, Tartaglia já dominava essa técnica, bem como já conhecia o método para equações da forma , o qual Fiore desconhecia. Fiore não conseguiu resolver nenhum dos problemas propostos por Tartaglia, o que culminou em sua derrota.

Com a vitória no duelo, Tartaglia ganhou notoriedade atraindo a atenção do matemático e médico Girolamo Cardano que ficou fascinado com a habilidade de Tartaglia. O objetivo de Cardano era compreender como Tartaglia conseguiu resolver as equações de terceiro grau, prometendo manter sigilo caso ele lhe revelasse o tão buscado método de resolução. Tartaglia relutou em compartilhar seu método de resolução, sendo posteriormente convencido por Cardano. Tartaglia revelou através do seguinte poema, cujos versos em italiano descrevem os passos principais de seu método.

Quando chel cubo con le cose appresso
Se aqquaglia ́a qualche numero discreto
Trouan duo altri differenti in esso

Dapoi terrai questo per consueto
Che”llor productto sempre sia equale
Alterzo cubo delle cose neto,
El residuo poi suo generale
Delli lor lati cubi ben sottrati
Varra la tua cosa principale.
In el secondo de cotestiatti
Quando chel cubo restasse lui solo
Tu osseruarai questaltri contratti,
Del numer farai due tal part’`a uolo
Che luna in laltra si produca schietto
El terzo cubo delle cose in stolo
Delle qual poi, per communprecetto
Torrai li lati cubi insieme gionti
Et cotal somma sara il tuo concetto.
El terzo poi de questi nostri conti
Se solue col secondo se ben guardi
Che per natura son quasi congionti.
Questi trouai, non con passi tardi
Nel mille cinquecent`e, quatroe trenta
Con fondamenti ben sald`e gagliardi
Nella citta dal marintorno centa.

Em 1545, Cardano publicou *Ars Magna*, na qual detalhou a solução das equações de terceiro grau. Tartaglia considerou essa atitude uma traição à sua confiança, crescendo a tensão entre eles. Esse fato controverso marcou um dos primeiros casos registrados de disputa pela propriedade intelectual na matemática.

RCMOS – Revista Científica Multidisciplinar O Saber.
ISSN: 2675-9128. São Paulo-SP.

4. DEMONSTRAÇÃO PARA O CASO GERAL DE UMA EQUAÇÃO DO TERCEITO GRAU

Seja com a forma geral de uma equação de terceiro grau.

O método consiste em eliminar por meio de operações algébricas o termo de segundo grau, e obter uma equação do tipo:

Substituindo a variável por na forma geral e agrupando os termos semelhantes, teremos:

Igualando o termo de segundo grau a zero, obtemos:

Substituindo na equação:

$$z^3 + \left(\frac{c}{a} - \frac{b^2}{3a^2}\right) z + \frac{2b^3}{27a^3} - \frac{bc}{3a^2} + \frac{d}{a} = 0$$

Agora iremos obter p e q em função de comparando a equação¸ obtida com a equação:

Assim, chegamos que:

$$p = \frac{c}{3a} - \frac{b^2}{9a^2}$$

$$q = \frac{bc}{6a^2} - \frac{b^3}{27a^3} - \frac{d}{2a}$$

Já se sabia na época que uma raiz da equação (I) poderia ser obtida a partir das raízes da seguinte equação de segundo grau:

A maneira para se obter uma raiz da equação

seria a seguinte:

Resolvendo a equação do segundo grau:

RCMOS – Revista Científica Multidisciplinar O Saber.
ISSN: 2675-9128. São Paulo-SP.

$$y_1 = q + \sqrt{q^2 + p^3}$$
$$y_2 = q - \sqrt{q^2 + p^3}$$

Substituindo:

$$x_1 = \sqrt[3]{q + \sqrt{q^2 + p^3}} + \sqrt[3]{q - \sqrt{q^2 + p^3}} - \frac{b}{3a}$$

Note que se , temos que manipular números complexos. Inicialmente, os números complexos foram ignorados e só tiveram a devida importância em estudos posteriores.

Para calcular as demais raízes, basta dividirmos a o polinômio por . Assim, recairemos numa equação de segundo grau, a qual podemos resolver. Seja a equação que foi obtida a partir da divisão da equação geral por . Resolvendo a equação , obteremos

$$x_2 = \frac{-b_1 + \sqrt{b_1^2 - 4a_1c_1}}{2a_1}$$

$$x_3 = \frac{-b_1 - \sqrt{b_1^2 - 4a_1c_1}}{2a_1}$$

As raízes estão em função de Queremos expressá-las em função de . Para isso, utilizamos o dispositivo de Briot-Ruffini:

A partir disso, concluímos:

O resto da divisão é dado por:

.

Portanto,

Substituímos para expressar :

$$c_1 = \frac{-d}{x_1}.$$

Assim, o dispositivo de Briot-Ruffini permite simplificar as expressões das raízes em função dos coeficientes e da raiz conhecida . Substituindo em x2 e x3, obtemos:

$$x_2 = \frac{-(ax_1 + b) + \sqrt{(ax_1 + b)^2 - 4a \cdot \left(-\frac{d}{x_1}\right)}}{2a},$$

$$x_3 = \frac{-(ax_1 + b) - \sqrt{(ax_1 + b)^2 - 4a \cdot \left(-\frac{d}{x_1}\right)}}{2a}$$

Note que se

5. APLICAÇÃO DO MÉTODO DE CARDANO-TARTAGLIA

Considere a equação dada por

Aplicaremos o método para encontramos suas raízes

$$p = \frac{c}{3a} - \frac{b^2}{9a^2} = \frac{6}{3} - \frac{(-6)^2}{9} = 2 - 4 = -2$$

$$q = \frac{bc}{6a^2} - \frac{d}{2a} - \frac{b^3}{27a^3} = \frac{(-6)(6)}{6} - \frac{-5}{2} - \frac{(-6)^3}{27}$$

$$q = -6 + 8 + 5 = \frac{7}{2}$$

$$q^2 + p^3 = \left(\frac{q}{2}\right)^2 = \left(\frac{9}{2}\right)^2 = \frac{81}{4} + 8 = \frac{49}{4}$$

$$x_1 = \sqrt[3]{q + \sqrt{q^2 + p^3}} + \sqrt[3]{q - \sqrt{q^2 + p^3}} - \frac{b}{3a}$$

$$x_1 = \sqrt[3]{\frac{9}{2} + \sqrt{\frac{49}{4}}} + \sqrt[3]{\frac{9}{2} - \sqrt{\frac{49}{4}}} + 2$$

$$x_1 = \sqrt[3]{8} + \sqrt[3]{1} + 2 = 2 + 1 + 2 = 5$$

Logo, . Obteremos e

$$x_2 = \frac{-(ax_1+b)+\sqrt{(ax_1+b)^2-4a\left(-\frac{d}{x_1}\right)}}{2a}$$

$$x_2 = \frac{-(1(5)-6)+\sqrt{((1)(5)+(-6))^2-4(1)\left(-\frac{(-5)}{5}\right)}}{2}$$

$$x_2 = \frac{1+\sqrt{1-4(1)(1)}}{2} = \frac{1+\sqrt{-3}}{2} = \frac{1+\sqrt{3}\,i}{2}$$

Analogamente,

$$x_3 = \frac{1-\sqrt{3}\,i}{2}$$

As raízes da equação são:

$$x_1 = 5, \quad x_2 = \frac{1+\sqrt{3}\,i}{2} \quad x_3 = \frac{1-\sqrt{3}\,i}{2}$$

6. CONSEQUÊNCIAS APÓS A DESCOBERTA DO MÉTODO DE RESOLUÇÃO

A publicação de *Ars Magna*, apesar de ser a primeira obra a apresentar um método algébrico para as equações de terceiro grau, gerou controvérsias entre Cardano e Tartaglia. Tartaglia ficou profundamente revoltado, pois alegou que Cardano quebrou a promessa de manter o método de resolução em sigilo. Essa disputa foi uma das polêmicas mais conhecidas na história da Matemática, mostrando que questões de ética e ego já estavam presentes no meio científico.

Segundo Lima (1999),

> Devemos observar, porém, que é Cardano o primeiro matemático a manipular números complexos, como se eles fossem números quaisquer, resolvendo uma equação de terceiro grau pelo método descrito em Ars Magna. Quando, ao final da resolução, encontra números da forma a + b$\sqrt{-1}$, Cardano os classifica como "inúteis". Bombelli, porém, não só manipula tais entes estranhos, mas também apresenta leis de multiplicação, divisão e soma. (LIMA, 1999, p. 18).

Além disso, Ludovico Ferrari, discípulo de Cardano, desenvolve um método de resolução para as equações de quarto grau. Essas descobertas servem como base para conceitos mais sofisticados como, a teoria de Galois, desenvolvida séculos depois, que comprovou que as equações de grau superior ao quarto, não podem ser resolvidas por métodos algébricos semelhantes.

7. A VIABILIDADE DO MÉTODO DE CARDANO-TARTAGLIA NO ENSINO MÉDIO

Integrar o Método de Cardano-Tartaglia ao Ensino Médio enriqueceria o estudo da Álgebra e sua história, mostrando que conceitos matemáticos resultam de esforços de diversas épocas. Contudo, sua complexidade pode dificultar a inclusão no currículo regular. O uso em projetos interdisciplinares ou aulas para turmas avançadas seria mais viável, promovendo o pensamento histórico e matemático.

Em contrapartida, há limitações para inserir tal tópico no currículo do Ensino Médio. Primeiramente, o método exige um vasto saber na área da Álgebra, como a manipulação de radicais e números complexos, que são conceitos abstratos para os estudantes. Além disso, tornaria o currículo mais denso, exigindo um maior planejamento de conteúdo para que os estudantes não se sintam sobrecarregados com conceitos de difícil assimilação. Por fim, esse conteúdo exige uma formação adequada do professor, para que ele não tenha dificuldades em explicá-lo em sala de aula, já que é um tema complexo.

Apesar dos desafios, é viável uma possível integração do Método de Cardano-Tartaglia ao currículo do Ensino Médio em conceitos específicos, como projetos interdisciplinares, atividades extracurriculares ou aulas do tema para turmas avançadas. A união do tema com a história da matemática promove uma conexão dos alunos com contexto histórico, despertando o interesse sobre a importância dos métodos algébricos no desenvolvimento do pensamento matemático através dos séculos.

8.CONSIDERAÇÕES FINAIS

O desenvolvimento de um método de resolução de equações do terceiro grau, desde a Antiguidade até o Renascimento, gerou uma revolução na área da Álgebra, como surgimento dos números complexos e um estudo aprofundado para métodos de resolução para equações de graus superiores.

Apesar da existência da fórmula de Cardano-Tartaglia para as equações do terceiro grau, verifica-se que ela não possui a mesma simplicidade da fórmula quadrática, pois sua aplicabilidade exige um grande domínio algébrico. Isso torna desafiadora a sua abordagem em sala de aula no Ensino Médio; entretanto, pode contribuir significativamente com a aprendizagem de alunos em nível avançado e destacar a importância dos métodos matemáticos na contribuição no progresso científico e o papel transformador que a Matemática exerce na sociedade desde os primórdios.

A resolução de equações do terceiro grau revolucionou a Álgebra e pavimentou o caminho para descobertas como os números complexos e a Teoria de Galois. Apesar de sua dificuldade, o método demonstra a importância da Matemática na história do pensamento científico, conectando o passado ao presente e contribuindo para avanços em diversas áreas.

REFERÊNCIAS

ALVES, Diego Koenigkam**. Resolução da equação de terceiro grau no ensino médio**. 2023. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Instituto de Ciências Exatas, Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2023.

DANTE, L. R. **Matemática Contexto & Aplicações**. Vol.3. 3ªed. São Paulo. Editora Ática, 2016.

GARBI, Gilberto G. **O Romance das Equações Algébricas**. 3ªed. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.

LIMA, Elon Lages. **A equação do Terceiro Grau**. In Matemática Universitária,

número 5, junho/1987, páginas 7 a 23**.**

LIMA, Rosana Nogueira de**. Resolução de equações de terceiro grau através de cônicas**. 1999. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 1999.

MILIES, César Polcino. **A solução de Tartaglia para a equação de terceiro**

grau. In Revista do Professor de Matemática RPM 25, IME-USP. São Paulo páginas 15 a 22.